به نام خدا

مقدمه‌ای بر آمار حیاتی
و
کاربرد آن در شیلات

مؤلف : مهدی یوسفیان

یوسفیان، مهدی، ۱۳۲۸ -
مقدمه‌ای بر آمار حیاتی و کاربرد آن در شیلات / مؤلف مهدی یوسفیان.ـ تهران: مؤسسه تحقیقات شیلات ایران، ۱۳۸۴.
۱۸۴ ص.: جدول.
ISBN 964-5856-25-6: ۲۱۰۰۰ ریال
فهرست‌نویسی براساس اطلاعات فیپا.
واژه‌نامه.
۱. شیلات. ۲. زیست‌شناسی. ۳. آمار حیاتی. الف. مؤسسه تحقیقات شیلات ایران. ب. عنوان.
SH۳۳۱/ی۹م۷ ۳۳۸/۳۷۲۷
کتابخانه ملی ایران ۸۵ـ۳۰۱۷م

نام کتاب: مقدمه‌ای بر آمار حیاتی و کاربرد آن در شیلات
مؤلف: مهدی یوسفیان
ویراستار فنی: سیروس امیری‌نیا
ویراستار ادبی: گل‌اندام آل‌علی
شمارگان: ۱۰۰۰ نسخه
چاپ اول: ۱۳۸٤
ناشر: موسسه تحقیقات شیلات ایران - مدیریت اطلاعات علمی
آماده‌سازی و نظارت بر چاپ: انتشارات قصیده‌سرا
شابک: ٦-٢٥-٥٨٥٦-٩٦٤
قیمت: ۲۱۰۰۰ ریال

فهرست مطالب

مقدمه

نیاز به علم آمار، برای نتیجه‌گیری از یکسری داده‌های تحقیقاتی بمنظور استفاده از تحقیقات انجام شده، بر کسی پوشیده نیست.

این کتاب، نتیجه سلسله درسهایی است که طی چند سال تدریس در مرکز آموزشی تهیه شده است و مقدمه‌ای بر آمار حیاتی است که مورد نیاز کارشناسان رشته‌های متفاوت شیلات در تحقیقات و انجام پروژه‌هایشان می‌باشد.

برای تهیه مطالب از تعدادی کتاب به عنوان منابع پایه استفاده گردیده است که مطالعه آنها برای دانشجویان و محققین علاقمند جهت مطالعه بیشتر و کسب فراکیر درس آمار حیاتی توصیه می‌شود. (به فهرست منابع پایان کتاب مراجعه شود).

سعی بر این بوده تا مطالب و طرحهای آماری کتاب به زبان ساده بیان گردد و برای هر مورد، مثالی شیلاتی آورده شود. با توجه به اینکه در تحقیقات شیلاتی می‌توان از آکواریوم، حوضچه‌های ونیرو، قفس‌های شناور و مانند آنها استفاده نمود، لذا محیط آزمایش یکنواخت و قابل کنترل می‌باشد و نیاز به اجرای طرحهای پیچیده ضروری بنظر نمی‌رسد. بنابراین، محقق با مطالعه کامل کتاب، برای اجرای طرحهای خود از مطالعه کتابهای آمار و طرحهای آزمایشی بی نیاز می‌گردد.

به منظور جلوگیری از ارائه مطالب اضافی، سعی گردید تا مطالب کتاب بطور خلاصه بیان گردد. از سوی دیگر، با پیشرفت برنامه‌های آماری بخصوص طرحهای پیشرفته آماری توسط برنامه‌های کامپیوتری مانند Stat graph، M stat، Excel، SPSS و غیره به دانشجویان و محققین پیشنهاد می‌گردد تا با شناخت مسئله و درک صحیح از نوع و چگونگی آزمونها و طرحهایی که به صورت تئوری در این کتاب شرح داده شده است، روش حل مسائل و تجزیه و تحلیل داده‌ها را توسط کامپیوتر نیز فراگیرند تا ضمن افزایش دقت، در وقت کارشناسان و محققین نیز صرفه‌جویی شود.

امید است این کتاب بتواند مورد استفاده دانشجویان و پژوهشگران علوم شیلاتی قرار گیرد و با ابراز نظرهای اصلاحی‌خویش ما را که در ابتدای راه هستیم، یاری دهند.

فصل اول

آمار و تنظیم مشاهدات

۱ـ ۱: مفهوم آمار

کلمه آمار (Statistics) از کلمه State (ایالت) گرفته شده، به مفهوم جمع‌آوری آمار و اطلاعات یک ایالت برای دریافت مالیات از آنها بوده است .

علم آمار علمی است که با جمع‌آوری، سازمان دادن، تجزیه و تفسیر داده‌های عددی سرو کار دارد که از مشاهدات یا تجربه بدست آمده‌اند یا بعبارتی علم آمار به رشته‌ای از علوم گفته می‌شود که :

الف) به سازماندهی و خلاصه کردن داده‌ها می‌پردازد.

ب) مربوط به استنباط و نتیجه‌گیری درباره مجموعه‌ای از داده‌هایی می‌باشد که فقط بخشی از آنها مشاهده شده‌اند.

۱-۱-۱ : آمار زیستی

علم آمار در رشته‌های گوناگون کاربرد دارد ولی هنگامیکه در تجزیه و تحلیل آماری، از داده‌های موجود در علوم زیستی و پزشکی استفاده کنیم، در این مورد در اصطلاح آمار زیستی بکار می‌رود.

۲-۱-۱ : تعریف متغیر

هر گاه یک ویژگی یا خصوصیت خاص دارای مقادیر مختلفی باشند، آن ویژگی را "متغیر" گویند زیرا این ویژگی در دارندگان آن یکسان مشاهده نمی‌شود. برای مثال، طول ماهی یا وزن ماهی‌متغیر محسوب می‌شوند.

متغیر کمّی: متغیر کمّی متغیری است که قابل اندازه‌گیری است مانند عرض بدن ماهی، طول بدن ماهی، تعداد فلس روی خط جانبی و تعداد شعاعهای باله پشتی.

متغیر کیفی: متغیری است که نمی‌توان آنرا اندازه‌گیری کرد مانند رنگ بدن ماهی، بیماری و غیره که در این حالت، خود متغیر اندازه‌گیری نمی‌شود ولی افرادی دارای آن ویژگی را می‌توان شمارش نمود. برای مثال، ۱۰ قطعه ماهی قرمز و ۴ قطعه ماهی غیر طبیعی .

متغیر تصادفی: وقتی که خصوصیات افراد را ثبت و مقدار متغیر را بیان می‌کنیم، اگر این مقادیر در نتیجه عوامل تصادفی بدست آمده باشد متغیر را "تصادفی" گویند. متغیر "تصادفی" در یک تقسیم بندی به دو نوع متغیر تصادفی "منفصل" و متغیر تصادفی "متصل" تقسیم بندی می‌شود .

۱-۲ : روشهای تحقیق

معمولاً سه روش برای تحقیق ارائه می‌شود:

۱-۲-۱ : روش علمی

این روش برای کشف حقایق و مسائل از طریق مطالعات علمی بکار می‌رود. در این شیوه، یکسری مطالعات و تحقیقات را انجام می‌دهیم و به اطلاعات و حقایقی خواهیم رسید که تحقیق و مبنای بررسی براساس مشاهدات و مطالعاتی است که انجام می‌شود و ما را به حقایقی رهنمون می‌سازد.

۲-۲-۱ : روش تجربی

این روش در میان روشهای علمی، بیشتر شناخته و بکارگرفته شده‌است. در این روش، آزمایشی را در مورد موضوعی انجام می‌دهیم و نتیجه را بررسی می‌کنیم. برای مثال، می خواهیم بدانیم چه مقدار (یا دوز) از سم مالاشیت، از قارچزدگی تخمک ماهی طی انکوباسیون جلوگیری می‌کند. در این مورد در تعدادی ظرف حاوی تخمک (ویس) تمام خصوصیات شرایط انکوباسیون را یکسان نموده سپس مقادیر مختلف سم مالاشیت را روی تخمها آزمایش می‌نمائیم، در مرحله بعدی می‌توانیم براساس دوز بدست آمده، بترتیب پارامترهای دیگری مثل درجه حرارت، نوع تخمک، زمان آزمایش از لحاظ مراحل تکامل جنینی و غیره را نیز آزمایش نمود.

۳-۲-۱ : روش آماری

در برخی از تحقیقات نمی‌توان از روش تجربی استفاده کرد. برای مثال، در مواردی که نتوان همه عوامل تغییر را ثابت نگه داشت یا شرایط و امکانات اجازه چنین کاری را به ما ندهد، لازم است که موضوع تحقیق را بگونه‌ای بررسی کنیم که سایر عوامل موثر را بحال خود رها سازیم چون امکان کنترل آنها وجود ندارد. لذا، فرق اساسی روش آماری با سایر روشها این است که در این روش تمام عوامل تغییرات خود را دارند ولی با قواعد ریاضی و آماری تغییرات مجموعه عوامل را از نظر تاثیر در عامل مورد نظر کنترل و محاسبه می‌کنیم و طبق فرمولهای ریاضی و قواعد احتمالات، میزان این تغییرات را با احتمالات مشخص تعیین می‌نمائیم.

مثال: می‌خواهیم اثر سه نوع فرمول غذایی را بر رشد نوعی ماهی پرورشی در یک مزرعه پرورشی در تعدادی قفس بررسی کنیم که در استخرهای پرورشی تعبیه گردیده است.

با توجه به اینکه استخر پرورشی دارای ورودی و خروجی است و از سویی شیب استخر به سمت خروجی است لذا، قفسهایی که در قسمت ورودی نصب گردیده‌اند، دارای اکسیژن بیشتری نسبت به استخرهای نزدیک خروجی هستند. از سوی دیگر،

عمق و ارتفاع آب استخر در قسمت ورودی و خروجی یکنواخت نیست پس هر دو عامل در رشد ماهی تاثیر دارند و لازم است سهم هر یک بر افزایش یا کاهش رشد مشخص شود و از سهم تیمار (**اثر** فرمول غذایی) جدا گردد و **اثر** حقیقی هر یک از فرمولهای غذایی تعیین گردد.

۳-۱ : شناخت اعداد

۱-۳-۱ : صحت اندازه‌گیری

در اندازه‌گیری یک کمیت توسط دو فرد به طور عمده یک عدد حاصل نمی‌شود زیرا از سویی، ابزارهای اندازه‌گیری صددرصد دقیق نیستند و از سوی دیگر، دقت کار اشخاص در اندازه‌گیری یکسان نیست. لذا، ترتیب **ارقام** حاصل از اندازه‌گیری یک خاصیت یا یک صفت معمولاً یکنواخت نمی‌باشد ولی بطور کلی در همه آن اندازه‌ها، یک تمایل به سمت مرکزیت بچشم می‌خورد. بطور کلی، پراکندگی، اختلاف و ناجور بودن اطلاعات و ارقام حاصل از اندازه‌گیری یک چیز را می‌توان به دو منبع اختلاف نسبت داد، یکی متفاوت بودن میزان کمیت در فرد فرد اشیای اندازه‌گیری شده و دیگری، اشتباه حاصل از نابرابر بودن دقت اندازه‌گیری یا وسیله اندازه‌گیری .

مثال: طول بدن ۱۰ بچه ماهی توسط دو فرد توسط خطکش بیومتری اندازه‌گیری شده است. مشاهده می‌شود که ارقام حاصله توسط دو فرد مساوی نیستند. مساوی نبودن به دلایل شرایط فردی، دقت ابزار اندازه‌گیری و سایر شرایط است لیکن تمایل ارقام هر دو فرد به سمت یک کمیت مرکزی میل دارد. در آمار، هر دو نوع اختلاف یعنی اختلاف مربوط به فرد یا وسیله را در اصطلاح "اشتباه" (Error) می‌نامند. ولی سؤالی که برای هر محقق مطرح است این است که این پراکندگی‌ها و تفاوت‌ها تا چه حد طبیعی است .

برای مثال، در تحقیقی در مورد دو گروه ماهی کپور برای تعیین اثر دو فرمول غذایی، تفاوتهایی در مقایسه رشد بین دو گروه مشاهده شد. سؤالی مطرح شده این

است که این اختلاف ناشی از اشتباه اندازه‌گیری یا کمی دقت روش اندازه‌گیری یا مربوط به اختلاف اثر دو فرمول غذایی است؟

۱-۳-۲ : اشتباه

در ثبت اطلاعات دو نوع اشتباه ممکن است رخ دهد که "اشتباه تصادفی" و "اشتباه ثابت" نامیده می‌شوند.

اگر برای مثال، ۳۰ تا ۵۰ نفر طول استاندارد یک ماهی را اندازه بگیرند و بخواهیم اندازه‌گیری دقیق باشد، اندازه‌های حاصله به احتمال زیاد مساوی نخواهد بود ولی اعداد به گونه‌ای هستند که برخی بیشتر از رقم واقعی و برخی کمتر از رقم واقعی هستند ولی میانگین آنها تقریبا" عدد اصلی را ارائه می‌دهد. این گونه اشتباهات که صددرصد تصادفی است و معمولا" در مجموع اندازه‌ها یا در میانگین گرفتن یکدیگر را خنثی می‌نمایند، اشتباه "تصادفی"، "جبران شونده" یا "طبیعی" نامیده می‌شوند.

در اندازه‌گیری علمی همچنین با اشتباهاتی مواجه می‌شویم که ثابت بوده و به دفعات و همیشه در یک جهت موجودند. برای مثال، در وزن کشی بچه ماهیان اگر ترازو از ابتدا خراب باشد و وزن را اضافه‌تر نشان دهد، در این صورت در گرفتن میانگین، اشتباهات یکدیگر را خنثی و جبران نمی‌کنند و همیشه بطور ثابت باقی می‌مانند ورویهم انباشته می‌شوند که این نوع اشتباهات را "سیستماتیک"، "پایا"، "انباشته" یا " تبعیضی" می‌گویند.

۱-۴: حدود دقیق در ارقام

در حساب مقدماتی، صفر پس از ممیز بی‌معناست ولی در کارهای علمی، برای مثال در زمینه بیولوژی، کمتر اتفاق می‌افتد که یک ویژگی دقیقا" عدد خاصی داشته باشد. برای مثال، دقیقاً عدد ۱۷ بدست آید. بنابراین، عدد ۱۵ را بصورت ۱۵/۰۰۰ نشان می‌دهیم که منظور آن است که عدد حاصله حدود ۱۵ است ولی احتمالا" پس از آن نیز ارقامی داریم که محقق آنرا بدست نیاورده یا اشاره نکرده است. لذا، هنگامیکه در یک

کار علمی عدد ۲۶۰۰۰ را می‌نویسند، این احتمال وجود دارد که این عدد تقریبی باشد و ممکن است در سه رقم یا چهار رقم سمت راست آن اعداد دیگری نیز باشند. برای مثال، عدد حقیقی ۲۶۸۵۴ می‌تواند باشد. در مثال اول، رقم ۱۷/۱ به عدد واقعی نزدیکتر است و به عبارتی معنی‌دار شده و اگر عدد ۱۵/۱۲ ارائه گردد، این رقم نسبت به رقم اصلی معنی‌دارتر شده است. بنابراین، هر بار که عدد نزدیکتر به رقم واقعی بدست می‌آید در اصطلاح گفته می‌شود که "عدد معنی‌دارتری" برای آن آزمایش بدست آمده است.

۱ـ۵ : جامعه و نمونه

۱ـ۵ـ۱: تعریف

جامعه به مجموعه‌ای از موجودات گویند که در یک زمان معین و مشخص قرار گیرند و دارای یک یا چند خاصیت مشترک باشند. جمعیت ماهیان یک دریاچه بزرگ یا گروههای تاس ماهیان دریای خزر هر کدام، یک جامعه‌اند. در مجموع، دو نوع جمعیت داریم. وقتی جمعیت از تعداد ثابت و مشخصی از مقادیر تشکیل شود، آنرا "جمعیت محدود" و در صورتی آنرا "جمعیت نامحدود" می‌نامیم که از یک ردیف بی‌انتهای مقادیر تشکیل شده باشد. به هر بخشی از جمعیت "نمونه" گویند. وقتی در تجزیه و تحلیل به جای کل ماهیان یک استخر فقط مجموعه‌ای از ماهیان را داشته باشیم، این مجموعه یا گروه یا بخش را "نمونه جمعیت ماهیان" می‌گویند.

۱ـ۵ـ۲: نمونه‌گیری

چون امکان بررسی کل جامعه مقدور نمی باشد، نمونه‌گیری انجام می‌شود.

۳-۵-۱: روشهای نمونه‌گیری

۱) نمونه‌گیری تصادفی ساده (Simple Random Sampling)

نمونه‌گیری تصادفی روشی است که در آن شانس انتخاب همه افراد یکسان باشد. در این روش، از روش قرعه کشی یا جدول اعداد تصادفی استفاده می‌گردد. در روش اول، به فرض اگر بخواهیم از ۱۵۰ مزرعه پرورش ماهی فقط از ۲۰ مزرعه نمونه‌برداری نمائیم، ابتدا مزارع را براساس حروف الفباء ردیف کرده شماره می‌دهیم و سپس از داخل یک کیسه که ۱۵۰ عدد در آن قرار داده شده است، ۲۰ عدد را در می‌آوریم. بدیهی است شماره خارج شده با شماره مزرعه مترادف می‌باشد و بدین ترتیب، از آن مزرعه نمونه‌برداری می‌شود. در روش دوم نیز ابتدا مزارع را شماره‌گذاری کرده سپس از جدول اعداد تصادفی (جدول پیوست) استفاده می‌شود. به فرض از ردیف اول جدول، مزارع منتخب را یادداشت می‌نمائیم که اعداد ۷۸،۳۲،۵۴،۱۲ می‌شود .

۲) نمونه‌گیری تصادفی منظم یا سیستماتیک (Systematic Random Sampling)

در این روش، به جای استفاده از قرعه کشی و استفاده از جدول تصادفی، ابتدا داده‌ها را منظم نموده و براساس تصمیم متخذه، شماره نمونه‌ها انتخاب می‌شوند. برای مثال، ممکن است تصمیم این باشد که ۵ نفر را شمرده و سپس یک نفر انتخاب شود بدین ترتیب، نمونه‌های ۶، ۱۲، ۱۸ و... انتخاب می‌شوند. این شیوه، قانون یکسان بودن و احتمال تساوی را دربر نخواهد داشت.

۳) نمونه‌گیری تصادفی از طبقات (Stratified random sampling)

ابتدا در یک جامعه، طبقه‌بندی انجام شده و سپس از داخل طبقاتی که دارای یکنواختی بیشتری نسبت به کل جامعه است، نمونه‌گیری انجام می‌شود. این نوع نمونه‌گیری زمانی است که پراکندگی و ناهماهنگی فراوانی در جامعه وجود دارد .

مثال: یک نوع ماهی کیلکا را برحسب سن، جنسیت و وضعیت رشد (لارو، نورس، بچه ماهی، بالغ و ...) انتخاب می‌کنیم و در میان هر طبقه، به ثبت خصوصیات و پارامترهای در نظر گرفته شده می‌پردازیم.

۴) نمونه‌گیری با واحدهای خوشه‌ای (Cluster sampling)

جامعه به دسته هایی تقسیم و از بین آنها نمونه گرفته می‌شود.

۵) نمونه‌گیری از گروه در دسترس (Incidental sampling)

وقتی کل جامعه در دسترس نیست و گروههایی بصورت فرعی یا ضمنی در اختیار است، نمونه‌گیری انجام می‌شود. بدیهی است در این صورت دقت آزمایش بسیار پائین می‌آید.

۶) نمونه‌گیری از گروه خاص (Purposive sampling)

این نوع نمونه‌گیری، نمونه‌گیری غیر تصادفی نیز نامیده می‌شود زیرا از ابتدا گروههای مورد نمونه‌گیری انتخاب می‌شوند .

۷) نمونه‌گیری متوالی (Successive sampling)

در مواردیکه یک متغیر جامعه در دو متغیر زمانی پیاپی مشاهده شود، این نوع نمونه‌برداری کاربرد دارد. برای بررسی وضعیت پلانکتون طی فصول و شرایط متفاوت، از این نوع نمونه‌گیری می‌توان بهره گرفت.

فصل دوم

ساماندهی اطلاعات

اطلاعات حاصل از یک تحقیق بطور کلی ممکن است اطلاعات کمّی یا کیفی باشند.

۱-۲ : اطلاعات کیفی

اطلاعات کیفی شامل ویژگیهای غیر کمی است مانند رنگ (سیاه و سفید و ...) یا جنسیت ماهی (نر یا ماده). در خصوصیات کیفی، خود کیفیت را نمی‌توان شمارش نمود ولی تعداد افراد دارای آن ویژگی را می‌توان شمارش نمود. برای مثال، ۱۰ مذکر و ۸ مونث.

۲-۲ : اطلاعات کمّی

همانطور که در تعریف متغیرها داشتیم، اطلاعات ممکن است پیوسته یا ناپیوسته باشند. کمیت‌های ناپیوسته، ارقام کامل را شامل می‌شوند و اعشاری ندارند. برای مثال، تعداد ماهی، اعشاری نمی‌شود و با واحد کامل بیان می‌شود (۷۰، ۲۰، ۱۰) **ولی** طول ماهی بگونه‌ای است که اعشاری می‌شود، برای مثال، ۱۳/۲ و ۱۳/۲۵. این گونه کمیت‌ها را "پیوسته" گویند. گروه بندی کمیت‌های ناپیوسته آسان است و می‌توان مرز مشخصی را برای گروهها تعیین نمود ولی گروه بندی برای کمیت‌های پیوسته باید با دقت بیشتری انجام گیرد. معمولاً سعی می‌گردد که کمیت‌ها در طبقات با فاصله یکسان طبقه بندی شوند ولی در مواردیکه برای مثال، گروه سنی کاملاً متمایز داریم یا مسائل مرگ و میر و بیماری مطرح است، فاصله طبقات نامساوی انتخاب می‌شود.

مثال ۱: جدول پیوسته با فاصله طبقاتی متفاوت

نـوع	وزن (g)	تعداد
بچه ماهی نورس	۱ >	۵۰
بچه ماهی انگشت قد	۱-۱۰	۱۲۰
بچه ماهی یکساله	۱۱-۱۰۰	۱۳۵
ماهی پرورشی	۱۰۰-۱۰۰۰	۱۸۵
جمع		۴۹۰

مثال ۲ : جدول پیوسته با فاصله طبقاتی یکسان

اندازه طول استاندارد در بچه ماهیان	تعداد نمونه
۱۰۰/۱۰۰ - ۱۲/۰۹۹	۵
۱۲/۱۰۰ - ۱۴/۰۹۹	۸
۱۴/۱۰۰ - ۱۶/۰۹۹	۱۳
۱۶/۱۰۰ - ۱۸/۰۹۹	۹
۱۸/۱۰۰ - ۲۰/۰۹۹	۱۷
جمع	۵۲

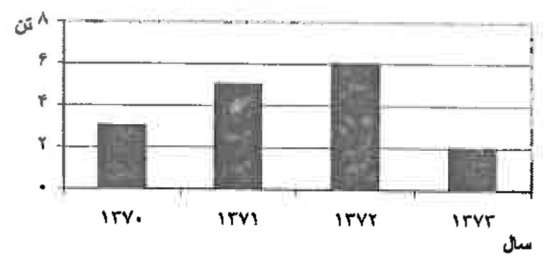
فصل سوم

مشاهدات آماری با نمودار

تغییر کمیت‌ها و تعیین تفاوت را می‌توان از طریق شکل، نمودار یا گراف نشان داد. انواع نمودار به شرح ذیل است:

۱ـ۳ : نمودار مستطیلی یا ستونی (Bar Diagram)

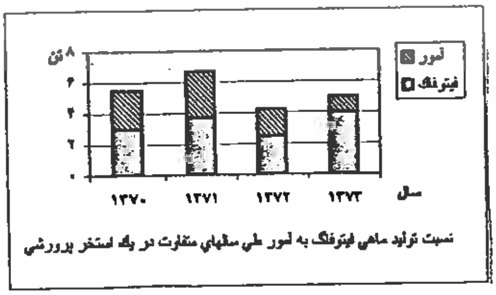
در نمودار ستونی، مقایسه‌ها توسط ستون‌های موازی هم صورت می‌گیرد که به شکل عمودی یا افقی قرار گرفته‌اند.



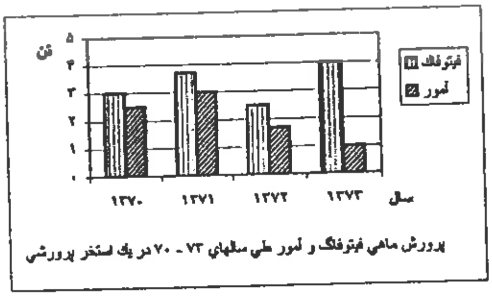
تناژبرداشت ماهي پرورشي ازيك استخرپرورشي درسالهاي متفاوت

۲-۳ : نمودار ستونی مرکب (نسبی) و گروهی

نمودار ستونی ممکن است به صورت نمودار ستونی نسبی یا مرکب (شکل الف) یا نمودار ستونی گروهی (شکل ب) نیز ارائه شود.



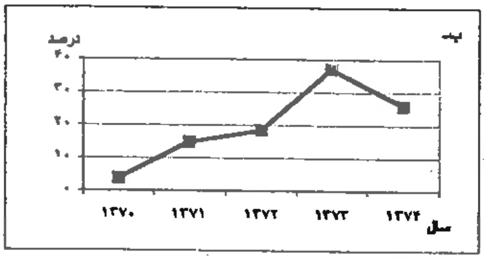
نسبت تولید ماهي فیتوفاگ به لمور طي سالهاي متفاوت در يك استخر پرورشي

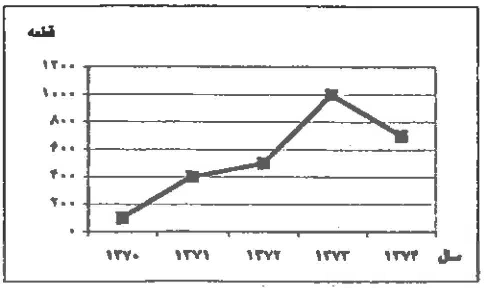


پرورش ماهي فیتوفاگ و لمور طي سالهاي ۷۳ - ۷۰ در يك استخر پرورشي

۳-۳ : نمودار خط شکسته

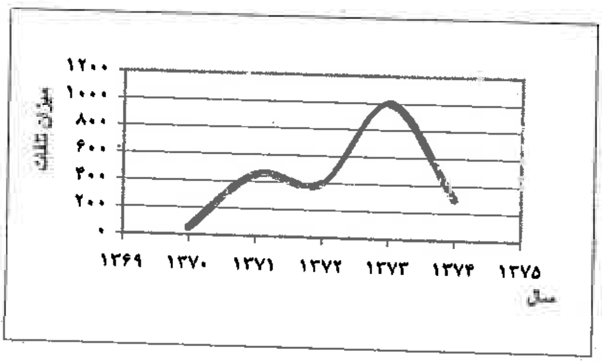
در این حالت هر داده یا کمیت بصورت یک نقطه نسبت به خط افقی رسم می‌شود و سپس نقاط متوالی را به وسیله یک سری از خطوط مستقیم بهم متصل می‌نمایند. نمودار خطی ممکن است ساده (شکل الف) یا با ارائه تغییرات بصورت نسبی (شکل ب) باشد.





۴-۳ : نمودار خط منحنی

تغییر شکل و حالت یکنواخت در نمودار خط شکسته، آنرا به یک نمودارمنحنی تبدیل می‌کند.



۵-۳ : نمودارهای حسابی لگاریتمی (Arithlog diagram)

در این نوع نمودار، محور عمودی برحسب لگاریتم درجه بندی (scaling) می‌شود و برای نمایش نمودارهایی استفاده می‌شود که در آنها پراکندگی کمیت‌ها زیاد است یا مقایسه دو سری داده که کاملاً در دو گروه متفاوت و با اختلاف زیاد قرار دارند.

مثال: در مقایسه آلودگی میکروبی ماهی کیلکا اعداد ذیل ممکن است بدست آید:

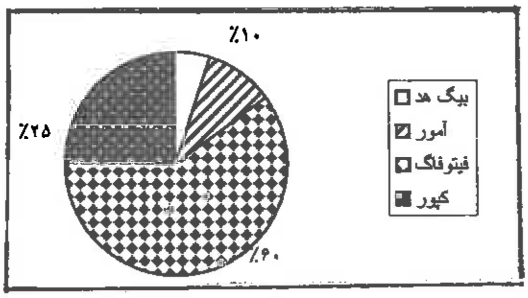
ماهی تازه مدت کوتاهی پس از صید $N = ۱۰۰ ، ۵۰ ، ۱۱۰ ، ...$

ماهی پس از انتقال به کارخانه $N = ۱۰۰۰۰ ، ۲۸۰۰ ، ۱۹۲۰ ، ...$

مقایسه این دو سری اعداد بصورت نمودار فقط پس از لگاریتم‌گیری تعداد، امکان‌پذیر است.

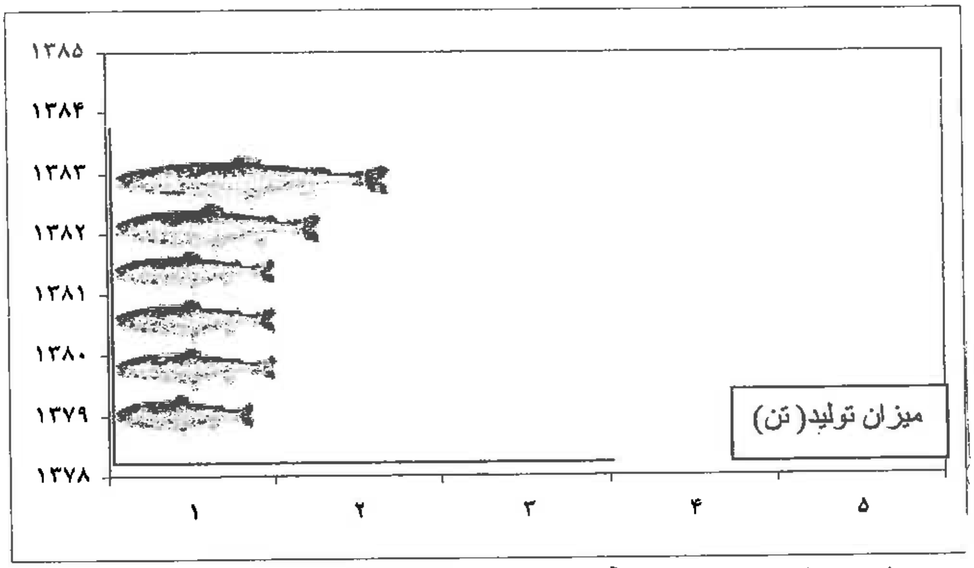
۳-۶ : نمودار دایره‌ای (قطاعی)

این نوع نمودارها برای نشان دادن مقدارهای جزء از یک مقدار کل بکار می‌رود دایره‌ها بصورت جزئی از یک دایره یا بصورت قطاعی مانند در شکل ذیل ارائه می‌گردد .



۳-۷ : نمایش نشانه‌ای یا تصویری

در نمایش تصویری، معمولا" از شکل‌ها برای ارائه مشاهدات استفاده می‌شود. نمونه‌ای از این نوع نمایش در شکل ذیل آورده شده است .



نمودار میزان صید ماهي قزل آلا در درياچه

۳-۸ : نمودار بافتی (Histogram)

این نوع نمودار برای نشان دادن توزیع فراوانی کمیت‌هایی بکار می‌رود که دارای طبیعت پیوسته هستند و بطور کلی از تعدادی مستطیل عمودی تشکیل می‌شود که کنار هم قرار می‌گیرند که مساحت آنها فراوانی یا تکرار در هر گروه را نشان می‌دهد و مجموع مساحت‌ها نیز مربوط به جمع کل گروههاست. برای مثال، اطلاعات سن و تعداد ماهیان یک استخر بصورت ذیل ارائه شده است:

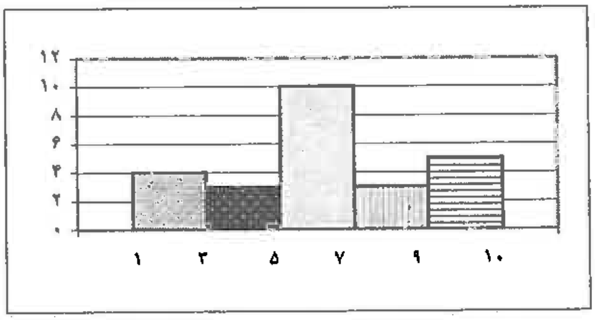
جدول ۳

سن ماهیان کپور (ماه)	تعداد در یک استخر	تعداد ماهی در هر یکسال سن
۴-۸	۲۰	۵
۸-۱۲	۱۶	۴
۱۲-۱۸	۷۲	۱۲
۱۸-۲۶	۳۲	۴
۲۶-۳۰	۲۴	۶

در این گونه مواردی که فاصله طبقات مساوی نیست، برای نشان دادن توزیع فراوانی برای فاصله طبقات مساوی، تعداد ماهی را برای هر ماه تعیین می‌نمائیم مطابق جدول ذیل:

طبقات سنی	سن ماهی (ماه)	تعداد ماهی در استخر	تعداد ماهی به نسبت سن
۴-۸	۴	۲۰	۵
۸-۱۲	۴	۱۶	۴
۱۲-۱۸	۶	۷۲	۱۲
۱۸-۲۴	۸	۳۲	۴
۲۶-۳۰	۴	۲۴	۶

حال با رسم نمودار، محور افقی سن ماهی و محور عمودی تعداد ماهی را برای هریک ماه سن ماهی در گروههای مختلف نشان می‌دهد. در نتیجه، مساحت هر مستطیل حاصلضرب طول در عرض می باشد که تعداد کل ماهی در هر گروه را نشان خواهد داد.



مثال : با استفاده از نمودار تعداد ماهیانی را محاسبه نمائید که در گروه سنی بین ۱۸ تا ۲۶ ماهه قرار دارند.

ماه ‏ ۲۶ ـ ۱۸ = ۸

تعداد ماهی ‏ ۸ × ۴ = ۳۲

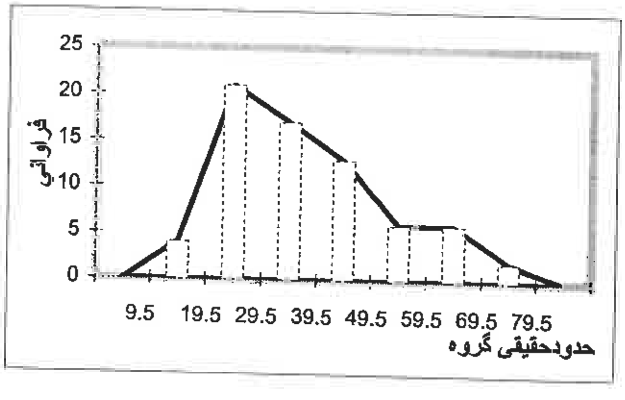
۹-۳ : چند ضلعی فراوانی (Frequency polygon)

برای نشان دادن توزیع‌های فراوانی علاوه بر استفاده از نمودارهای بافتی از طریقه چند ضلعی نیز می‌توان داده‌ها را نشان داد. توزیع فراوانی را به طریقه چند ضلعی فراوانی بخصوص در مواردی استفاده می‌نمایند که منظور مقایسه دو یا چند توزیع فراوانی باشد زیرا در غیر اینصورت، فراوانی‌ها رویهم افتاده و در تفسیر نتایج ابهام بوجود می‌آید. برای ترسیم چند ضلعی فراوانی کافی است نقاط وسط اضلاع افقی بالایی مستطیل‌ها را با خط مستقیم به یکدیگر وصل کنیم.

مثال : توزیع میزان بنتوز در رودخانه برحسب نزدیکی به دریا بر اساس جدول ذیل بدست آمده است:

فراوانی نسبی تجمعی	فراوانی نسبی	متوسط دسته	فراوانی تجمعی	فراوانی	حدود حقیقی گروه	دامنه گروه
۰/۰۵۷۹	۰/۰۵۷۹	۱۴/۵	۴	۴	۹/۵_۱۹/۵	۱۰_۹
۰/۳۶۲۲	۰/۳۰۴۳	۲۴/۵ .	۲۵	۲۱	۱۹/۵_۲۹/۵	۲۰_۲۹
۰/۶۰۸۵	۰/۲۴۶۳	۳۴/۵	۴۲	۱۷	۲۹/۵_۳۹/۵	۳۰_۳۹
۰/۷۹۶۹	۰/۱۸۸۴	۴۴/۵	۵۵	۱۳	۳۹/۵_۴۹/۵	۴۰_۴۹
۰/۸۸۳۸	۰/۰۸۶۹	۵۴/۵	۶۱	۶	۴۹/۵ _ ۵۹/۵	۵۰_۵۹
۰/۹۷۰۷	۰/۰۸۶۹	۶۴/۵	۶۷	۶	۵۹/۵_۶۹/۵	۶۰_۶۹
۱۰۰۰	۰/۰۲۸۹	۷۴/۵	۶۹	۲	۶۹/۵_۷۹/۵	۷۰_۷۹
۱	۱		۶۹	۶۹		**جمع کل**

رسم منحنی آن بصورت ذیل خواهد بود.



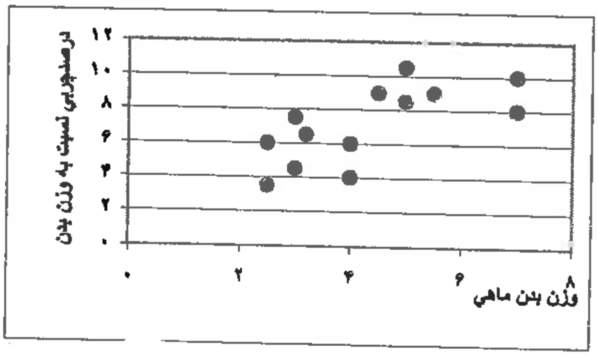
تعاریف :

- ابتدا و انتهای دسته‌ها (۹/۵ - ۱۹/۵ - ۲۹/۵...) "حدود دسته‌ها"[1] نامیده می‌شود.
- متوسط حد بالاو حد پائین هر دسته را "مشخصه دسته" یا "حد متوسط دسته"[2] گویند.
- اختلاف بزرگترین و کوچکترین حد دسته‌ها را "دامنه دسته"[3] (۷۰= ۹/۵ - ۷۹/۵) گویند .
- تعداد مشاهدات در داخل یک دسته را "فراوانی دسته" یا بطور ساده "فراوانی" [4] گویند .
- سری فراوانی‌ها با دسته‌های مربوط یا حد متوسط دسته را "توزیع فراوانی"[5] گویند.
- از تقسیم فراوانی مطلق بر مجموع فراوانی‌ها، فراوانی نسبی بدست می آید.
- مجموع فراوانی نسبی همیشه برابر یک است.

۱۰-۳ : نمودار همبستگی (Scatter or Correlation diagram)

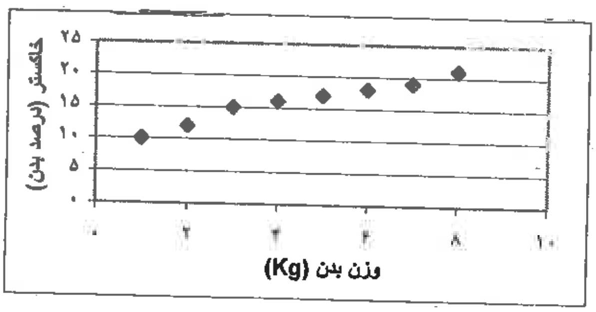
این نوع نمودار در مواردی بکار می‌رود که منظور نشان دادن همبستگی تغییرات بین دو متغیر باشد. در رسم نمودار معمولا" تغییرات یکی از متغیرها روی محور افقی و دیگری روی محور عمودی آورده می‌شود. نقاط روی صفحه مختصات همانطور که در (شکل الف) دیده می‌شود ممکن است بصورت پراکنده وجود داشته و همبستگی نداشته باشند یا نقاط متفرق نباشند و در مسیر یک خط مستقیم (شکل ب) یا در مسیر یک نوع منحنی ریاضی مشخص قرار گیرد.

1- Class limits
2- Class midpoint
3- Range
4- Frequency
5- Frequency Distribution



۳-۱۱ : سایر انواع نمودار

انواع دیگر نمودار مانند نمودارهای سه بعدی و غیره نیز وجود دارد که با توجه به نوع اطلاعات و سلیقه اشخاص بکار می‌روند.

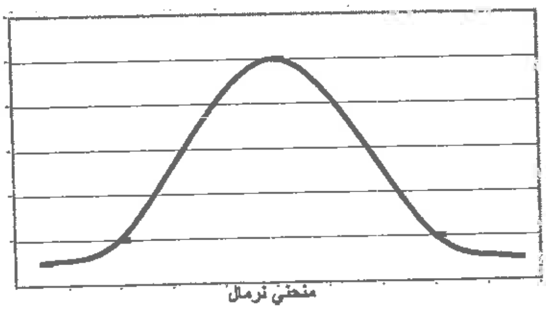


فصل چهارم

تجزیه مشاهدات

۴ـ۱ : توزیع فراوانی

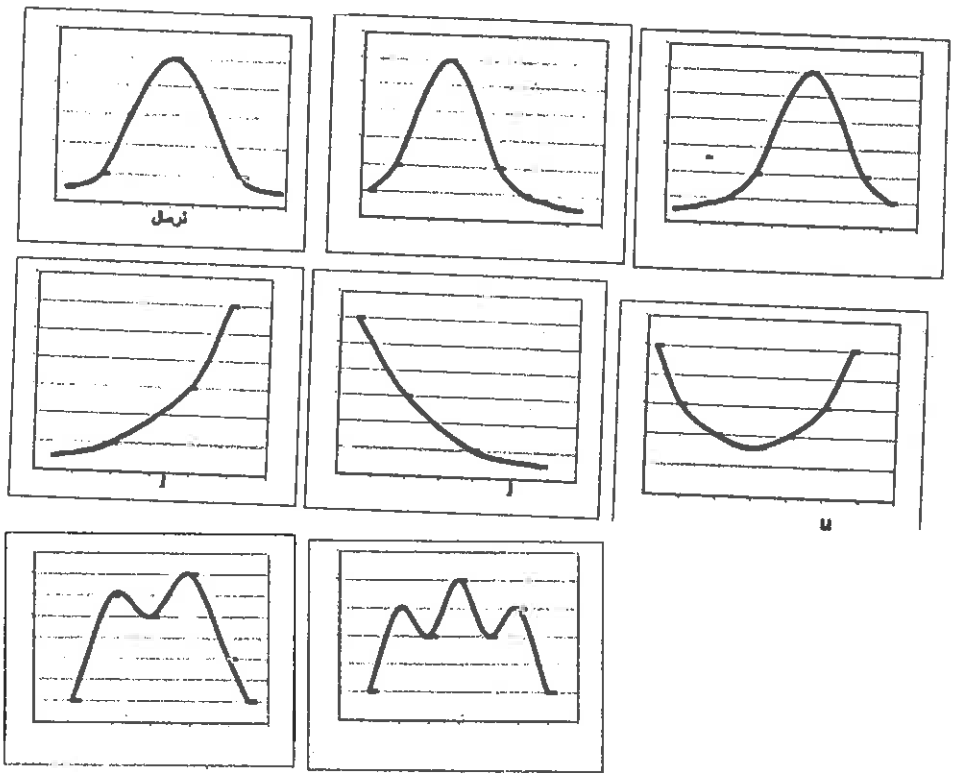
در بررسی یک جامعه آماری ابتدا لازم است داده‌ها به طور منظم طبقه بندی و مرتب شوند. گروه‌بندی آمار و ارقام موجب ایجاد یک یا چند جدول توزیع فراوانی می‌شود. نمودار یا منحنی توزیع فراوانی بصورت‌های متفاوت می‌تواند باشد ولی بطور کلی این منحنی تقریبا" قرینه و دارای یک قله است که از فراوانی کم شروع می شود و به یک حداکثر می‌رسد وپس از آن نزول می کند و دوباره به فراوانی کم ختم می‌شود. یکی از این انواع توزیع‌های فراوانی به "توزیع نرمال" معروف است که در آن قرینگی و یکنواختی کاملا" مشهود است و به شکل یک زنگ است .



منحنی نرمال

غیر قرینگی بعضی از توزیع‌های فراوانی (Skewness) ممکن است به علت تمایل به راست یا چپ باشد. حالت‌های دیگری از منحنی وجود دارد که برای مثال ممکن است منحنی دوقله‌ای یا چند قله‌ای باشد.

انواع منحنی توزیع فراوانی



برای مقایسه دو یا چند توزیع فراوانی، چون مقایسه یا انطباق دومنحنی نمی‌تواند دقیق و بدور از خطا باشد، لذا محاسبات آماری دیگری نیز ضروری است که انجام گیرد. در ذیل محاسبه پارامترهای آماری یک یا دو دسته اطلاعات شرح داده شده است.

۲-۴ : شاخص‌های ثابت مرکزی

مرکز توزیع فراوانی را مشخص می‌کنند و در اصل یک خصوصیت مهم از جامعه را ارائه می‌دهد که امکان مقایسه را فراهم می‌آورد.

۱-۲-۴ : میانگین حسابی (معدل) (Arithmatic Mean)

برای تعیین میانگین حسابی، مجموع مشاهدات یا کمیت‌ها تقسیم بر تعداد آنها می‌شود:

$$\frac{۵+۷+۹+۴+۲}{۵}=۵/۴$$

اگر توزیع فراوانی تقریبا" قرینه باشد، میانگین حسابی کمیت خوبی برای نشان دادن وسط توزیع فراوانی است.

محاسبه میانگین برای کمیت‌های خام و گروه بندی نشده به صورت ذیل است:

$$\overline{X}=\frac{\sum X_i}{N}$$

X_i = مقدار یک مشاهده

N = تعداد مشاهده‌ها

$$\overline{X}=\frac{۱۱+۱۴+۱۰+۱۶+۲۰}{۶}=۱۴/۶۷$$

محاسبه میانگین حسابی برای کمیت‌های گروه‌بندی شده در حالت فراوانی ساده از طریق فرمول ذیل بدست می‌آید:

$$\overline{X}=\frac{\sum f_x}{N}=\frac{۲۰+۲۴+۲۸۰+۱۷۶+۱۷۵}{۴۸}=\overline{X}=۱۰/۰۶$$

$\overline{X}$ = میانگین

f = فراوانی

N= تعداد نمونه

Σ f = جمع فراوانی‌ها

ظرفیت صید کشتی (تن) (x)	فراوانی (f)	f_x
۵	۴	۲۰
۸	۳	۲۴
۱۰	۲۸	۲۸۰
۲۲	۸	۱۷۶
۳۵	۵	۱۷۵
	۴۸	۶۷۵

X= محاسبه میانگین برای کمیت‌های گروه‌بندی شده دارای طبقه به طریقه ذیل است:

میزان روی (Zn) در صید ماهی (mg)	وسط طبقه (x_i)	فراوانی (f_i)	فراوانی افزایش	$x_i f_i$
۶۰-۶۲	۶۱	۵	۵	۳۰۵
۶۳-۶۵	۶۴	۱۸	۲۳	۱۱۵۲
۶۶-۶۸	۶۷	۴۲	۶۵	۲۸۱۴
۶۹-۷۱	۷۰	۲۷	۹۲	۱۸۹۰
۷۲-۷۴	۷۳	۸	۱۰۰	۵۸۴
		۱۰۰		۶۷۴۵

x_i = وسط هر طبقه

$$\overline{X} = \frac{\sum f}{N} = \frac{\sum x_i}{\sum f_i}$$

$$\overline{X} = \frac{۶۷۴۵}{۱۰۰} = ۶۷/۴۵$$

$$N = \sum f_i$$

۲-۲-۴ : میانه (Median)

میانه یک سری N عددی که بترتیب صعودی یا نزولی مرتب شده باشد، عبارت از عدد وسط آن سری (اگر N عدد فرد باشد) یا میانگین دو عدد وسط (اگر N عدد زوج باشد) می‌باشد.

۲ ۳ ۶ ۷ ۹ $\quad M = ۶$

۲ ۳ ۶ ۸ ۹ ۱۰ $\quad M = \frac{۶+۸}{۲} = ۷$

برای داده‌های گروه‌بندی شده، میانه را به روش ذیل می‌توان محاسبه نمود:

$$\text{میانه} = L_۱ + \frac{\frac{n}{c} - (\sum f_۱)}{f_{med}} \times c$$

$L_۱$ = حد حقیقی یا مرز پائینی دامنه شامل میانه

n = تعداد کل نمونه

$\sum f_۱$ = مجموع فراوانی کلیه طبقات قبل از میانه

f_{med} = فراوانی طبقه میانه

C = اندازه هر طبقه

مثال : میانه را برای جدول (۵) محاسبه نمائید.

$$\text{میانه} = \overline{X} = ۶۵/۵ + \frac{۱۰۰/۲ - ۲۳}{۴۲} \times ۳ = ۶۷/۴۲$$

۳-۲-۴ : نما

نمای یک مجموعه اعداد، عبارت از عددی است که در آن مجموعه بیش از همه تکرار شده یا بعبارتی بیشترین فراوانی را داشته باشد.

مثال : $\bar{X}$ = ۲۵

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۲۶	۲۲	۲۳	۲۵	۲۵	۲۵	۲۸	۳۰	۳۲	۳۳

نما در داده‌های گروه‌بندی شده

نما در داده‌های گروه‌بندی شده به دامنه گروهی اطلاق می‌شود که بیشترین فراوانی را دارند. در مثال جدول (۵) گروه نمایی، گروهی است که دامنه ۶۸-۶۶ را دارد.

برای تعیین عدد و رقم نما برای داده‌های گروه بندی شده از فرمول ذیل استفاده می‌شود

$$X = L_{1} + \frac{f_{mo} f_{mo-1}}{(f_{mo} f_{mo-1}) + (f_{mo} f_{mo+1})} \times C$$

f_{mo+1}= فراوانی طبقه بعد از نما

C = اندازه هر کلاس

L_1 = حد حقیقی یا مرز پائینی دامنه شامل نما

f_{mo} = فراوانی کلاس نما

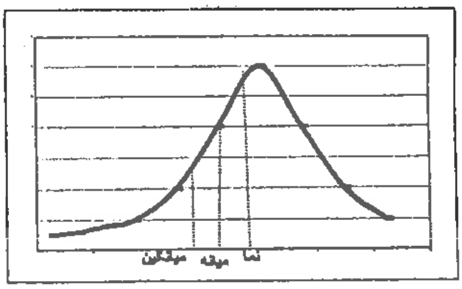
f_{mo-1} = فراوانی طبقه قبل از نما

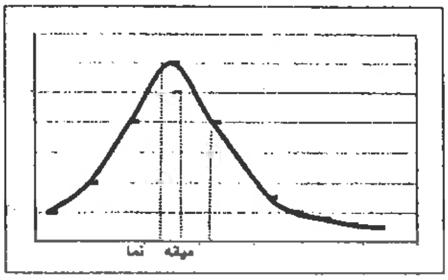
مثال : نما را برای جدول (۵) محاسبه نمائید

$$\overline{X} = ۶۵/۵ + \frac{۴۲ - ۱۸}{(۴۲ - ۱۸) + (۴۲ - ۲۷)} \times ۳ = ۶۷/۳۴$$

در منحنی‌های غیر قرینه، میانه بین نما و میانگین قرار می‌گیرد .

در منحنی‌های غیر قرینه، میانه بین نما و میانگین قرار می‌گیرد .





۴-۲-۴ : میانگین هندسی (Geometric Mean)

برای یک سری از N عدد غیر منفی $X_۱$ ، $X_۲$ و... X_N ، میانگین هندسی مساوی است با ریشه N ام حاصلضرب n کمیت از یک توزیع و فرمول آن برابر است با :

$$G_m = \sqrt[n]{X_۱.X_۲.X_۳...X_n}$$

نشان دادن رابطه بالا بصورت لگاریتمی نیز امکانپذیر است.

$$LogG_m = \frac{\mathrm{LogX_۱} + \mathrm{LogX_۲} + ...\mathrm{LogX_n}}{N}$$

$$\mathrm{G_m} = \mathrm{antilog}\frac{۱}{\mathrm{N}}\sum \mathrm{LogX}$$

۴-۲-۵ : میانگین کوادراتیک (Quadratic Mean)

میانگین کوادراتیک مساوی است باجذر میانگین مربعات کمیت‌های یک توزیع و فرمول آن بصورت ذیل است

$$Q_m = \sqrt{\frac{\sum(\mathrm{x_i})^۲}{\mathrm{N}}}$$

۴-۲-۶ : میانگین هارمورنیک (Harmonic Mean)

میانگین هارمورنیک برای یک سری N عددی $X_۱$, $X_۲$، ... X_n برابر است با :

$$\mathrm{H_m} = \frac{۱}{\frac{۱}{\mathrm{N}}.\sum(\frac{۱}{\mathrm{x_i}})} = \mathrm{or H_m} = \frac{\sum \mathrm{fi}}{\sum\frac{\mathrm{f_i}}{\mathrm{x_i}}} \mathrm{or} \frac{۱}{\mathrm{H_m}} = \frac{\sum(\frac{۱}{\mathrm{x}})}{\mathrm{n}}$$

فصل پنجم

روشهای بررسی درجه پراکندگی

برای تجزیه و تحلیل یک توزیع فراوانی، در بسیاری از موارد، پارامترهای ثابت مرکزی تصویر روشنی از متغیرها یا توزیع آنها نمی‌دهد، لذا برای تعریف واضح‌تر از مجموعه اطلاعاتی که در اختیار داریم، از پارامترهایی استفاده می‌نمائیم که پراکندگی مجموع متغیرها را ارائه می‌دهد.

این پارامترها شامل پارامترهای ذیل هستند:

۱ـ ۵ : دامنه (Range)

دامنه عبارت از تفاوت بین بزرگترین و کوچکترین مقادیر در یک سری اعداد برای یک جدول فراوانی است، به عبارت دیگر، تفاوت حد بالای بزرگترین عدد یا دسته و حد پائین کوچکترین دسته جدول می‌باشد.

مثال: در مثال ذیل میانگین . میانه، نما و دامنه را محاسبه نمائید.

	گروه اول	**گروه دوم**	**گروه سوم**
میانگین ۱۳/۴ = $\overline{X}$	۱	۱	۱
میانه ۱۲ = $\tilde{X}$	۴	۳	۲
نما ۱۲ = $\hat{X}$	۶	۸	۳
دامنه ۱ـ۲۰ = R	۸	۱۰	۴
	۹	۱۲	۱۱
	۱۲	۱۲	۱۲
	۱۲	۱۲	۱۲
	۱۴	۱۳	۱۵
	۱۵	۱۴	۱۷
	۱۶	۱۴	۱۸
	۱۷	۱۵	۱۹
	۲۰	۲۰	۲۰
جمع	۱۳۴	۱۳۴	۱۳۴

در جدول فوق همانطور که ملاحظه می‌شود، ۴ نوع پارامتر توزیع جمعیت‌که تاکنون به شرح آنها پرداخته شد (سه پارامتر ثابت مرکزی و یک پارامتر درجه پراکندگی)، در هر سه گروه یکسان است و نمی‌توانیم تفاوتهای بین سه گروه را مشخص نمائیم لذا، به پارامترهای دیگری برای تعریف جامعه نیاز داریم.

۲ـ ۵ : دامنه تغییرات در ربع دوم و ربع سوم کمیت (Interquartile Range)

در جدول مثال قبل، کمیت نیمه وسط برای اطلاعات در ربع دوم و سوم برای هر سه گروه به شرح ذیل است:

۸ـ۱۵ $\Rightarrow$ گروه اول

۴ـ۱۷ $\Rightarrow$ گروه سوم

۱۰ـ۱۴ $\Rightarrow$ گروه دوم

این کمیت نیمه متوسط برای سه سری داده متفاوت است.
بنابراین، دامنه تغییرات (IR) ربع دوم و سوم اطلاعات بیشتری نسبت به دامنه ارائه می‌دهد.

۳ـ۵ : میانگین انحرافات (Mean deviation یا Average deviation)

میانگین انحرافات مجموع انحرافات یک سری از داده‌ها از میانگین یا میانه است. مثال ذیل ۶ میانه داده‌ها و اختلاف بین میانه با سایر داده‌ها، میانگین انحرافات را ارائه می‌دهد.

$$M_d = \frac{\sum|d|}{N}$$

$\sum|d|$ قدر مطلق انحرافات از میانگین می‌باشد.

	X	X-M$_d$	$\|d\|$
	۴	۴−۷	۳
	۶	۶−۷	۱
میانه ←──	۷	۷−۷	۰
	۸	۸−۷	۱
	۹	۹−۷	۱

$$M_d = \frac{۳+۱+۰+۱+۱}{۵} = \frac{۶}{۵} = ۱/۲$$

اگر در یک جدول فراوانی، متوسط دسته‌ها عبارت باشند از $X_۱$, $X_۲$, ... X_n و فراوانی‌های متناظر آنها عبارت از $f_۱$, $f_۲$, ... f_n باشند، در این صورت، میانگین انحرافات بصورت ذیل تعریف می‌شود:

$$M_d = \frac{\sum x_{i-m} f_i}{N} \qquad N = \sum f_i$$

۴-۵ : واریانس و انحراف معیار

میانگین مجذور انحرافات از میانگین، "واریانس" نامیده می‌شود.

$$S^2 = \delta^2 = \frac{\sum(Xi - \overline{X})^2}{N}$$

جذر واریانس را "انحراف معیار" می‌نامند

$$S_x = \sqrt{\frac{\sum(X_i - \overline{X})^2}{N}} = \sqrt{\frac{\sum X_i^2}{N} - \overline{X^2}}$$

مثال : اگر ۴ = X_1 و ۸ = X_2 و ۱۵ = X_3 باشد، مقدار انحراف معیار را محاسبه کنید.

$$S_x = \sqrt{\frac{(4-9)^2 + (8-9)^2 + (15-9)^2}{3}} = 4/5$$

محاسبه انحراف معیار برای کمیتهای گروه‌بندی شده به شرح ذیل است:

$$S_x = \frac{\sum(X_i - X)^2 f_i}{N} \qquad S_x = \frac{\sum f[(\ ) - \overline{X}]^2}{N}$$

f = فراوانی هر طبقه

X_i = حدوسط هر طبقه

X = میانگین حسابی

اگر فاصله طبقه‌ها در یک جدول توزیع فراوانی گروه بندی شده مساوی باشد، محاسبه انحراف معیار از فرمول ذیل نیز امکانپذیر است.

$$S_x = i\sqrt{\frac{\sum fd^2}{N} - \left(\frac{\sum fd}{N}\right)^2}$$

i = فاصله طبقه، f = فراوانی هر طبقه، d = انحراف وسط هر طبقه از وسط طبقه‌ای که بعنوان مبنا فرض شده است، N = تعداد کل افراد یا نمونه

مثال :

وزن ماهی	فراوانی	X_i	d	f_d	$f_d^۲$
۰/۱-۱۰	۱	۵/۰۵	-۲	-۲	۸
۱۰/۱-۲۰	۴	۱۵/۰۵	-۱	-۴	۴
۲۰/۱-۳۰	۵	۲۵/۰۵	۰	۰	۰
۳۰/۱-۴۰	۲	۳۵/۰۵	+۱	+۲	۲
۴۰/۱-۵۰	۵	۴۵/۰۵	+۲	+۱۰	۲۰
۵۰/۱-۶۰	۳	۵۵/۰۵	+۳	+۹	۲۷
	۲۰			+۱۵	۶۱

$$S_x = ۱۰\sqrt{\frac{۶۱}{۲۰} - (\frac{۱۵}{۲۰})^۲}$$

$$S_x = ۱۰ \times \sqrt{۳/۰۵ - ۰/۵۶}$$

$$S_x = ۱۵/۷۸$$

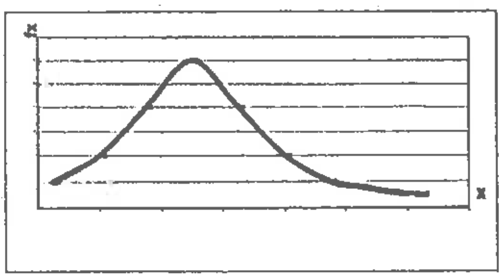
فصل ششم

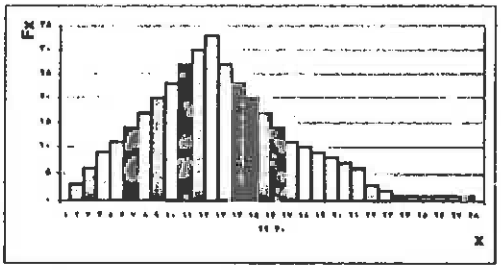
توزیع فراوانی و توزیع احتمالات

در کتب آمار پس از بحث پیرامون روشهای احتمالات، پیشامدهای آماری را معرفی می‌کنند و سپس به توزیع احتمالات متغیرهای منفصل، توزیع دو جمله‌ای، توزیع پوآسن می‌پردازند که در صورت علاقه‌مندی خوانندگان عزیز به مباحث فوق، به کتب آماری مربوط رجوع کنند. در کتاب حاضر، ما فقط به بحث مختصری در مورد توزیع احتمالات متصل خواهیم پرداخت که مرتبط با مبحث کتاب است .

"متغیر متصل" متغیری است که در هر دامنه مشخص، از دو مقدار از آن می‌توان مقادیر ممکن دیگری را تصور کرد. حال با مراجعه به جدول ۳ فصل سوم و شکل ۳ می‌توان مشاهده نمود که در آن در محور افقی، دامنه گروهی و روی آن مستطیلهایی رسم شده است که ارتفاع آن‌ها معادل تعداد مقادیر کمیت‌ها در هر دامنه است.

حال اگر تعداد مقادیر متغیرهای تصادفی زیاد باشد و به بی نهایت میل کند و عرض دامنه گروهها به صفر نزدیک گردد، منحنی ابتدا بصورت شکل۴- الف و سپس به منحنی هموراری (شکل ۴- ب) تبدیل می‌شود. این منحنی‌ها برای نمایش نمودار توزیع‌های متغیرهای تصادفی متصل بکار می‌رود.

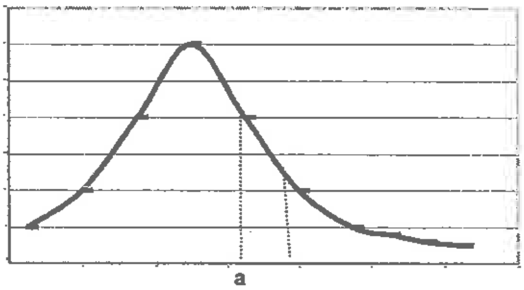




شکل ۴- الف: نمودار ستونی، حاصل تعداد بسیار زیادی از مقادیر و دامنه های کوچک

شکل۴-ب: نمایش نمودار یک توزیع متصل

هنگامیکه منحنی از نوع منحنی توزیع احتمالات باشد، سطح کل زیر منحنی مانند نمودار ستونی برابر یک می‌باشد و فراوانی نسبی وقوع مقادیر مابین هر دو نقطه روی محور x ها برابر با سطحی از زیر منحنی است که مابین محور x ها وعمودهای رسم شده از آن دو نقطه بر محور x ها محدود می‌شود. سطح کل زیر منحنی توزیع احتمالات برابر یک می باشد و فراوانی وقوع مقادیر بین هر دو نقطه برای مثال دو نقطه aو b. با انتگرال‌گیری از تابع چگالی از a تا b میسر است. تابع چگالی، دستور یا فرمول ریاضی است که برای نمایش توزیع متغیر تصادفی متصل بکار می‌رود و انتگرال‌گیری حد مجموع است .



۱ـ۶: توزیع طبیعی (توزیع فراوانی نرمال)

در بیشتر آمارگیریها، منحنی حاصله بصورتی است که اکثریت کمیت‌های بدست آمده، متوسط اعداد و تعداد خیلی کمی دارای بیشترین و کمترین عدد می‌باشند و پراکنش اعداد در اطراف منحنی قرینه است. اگر پراکندگی کمیت‌ها کاملاً نرمال و قرینه باشد، این نوع توزیع‌های فراوانی دارای چنین نظمی تا حدود زیادی از منحنی ریاضی توزیع فراوانی نرمال پیروی می‌کنند.

نقاط روی منحنی نرمال توسط مختصات (x, y) تعریف می‌شود. x نشان دهنده اندازه کمیت و y فراوانی کمیت را مشخص می‌کند. رابطه ریاضی ارتباط بین x و y برای توزیع فراوانی نرمال بصورت ذیل است:

$$y = \frac{-(n-n)^{۲}}{zS_x^{z}}$$

S_x = انحراف معیار نمونه

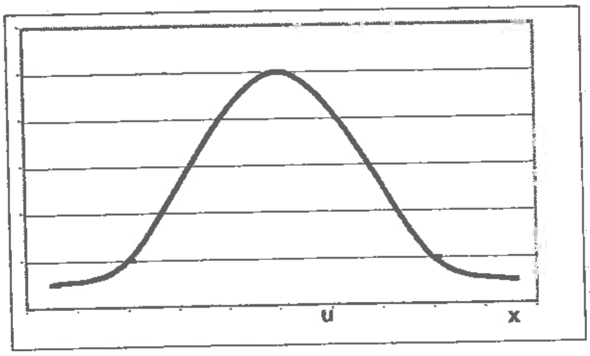
π = ۳/۱۴

e =۲/۷۱۸

$$y = \frac{N}{S_n\sqrt{۲\pi}}e$$

N = تعداد کل کمیت‌ها در نمونه

حال اگر به ازای مقادیر مختلف x (در صورتیکه بصورت یکنواخت توزیع شده باشند)، میزان y (فراوانی مربوط به همان کمیت‌ها) را از فرمول فوق بدست آوریم، نقاط بدست آمده یک نمودار هیستوگرام (بافتی) بوجود می‌آید که اگر از حد وسط ستونهای هیستوگرام این نقاط، منحنی رسم شود، منحنی نرمال توزیع فراوانی آن حاصل می‌شود.

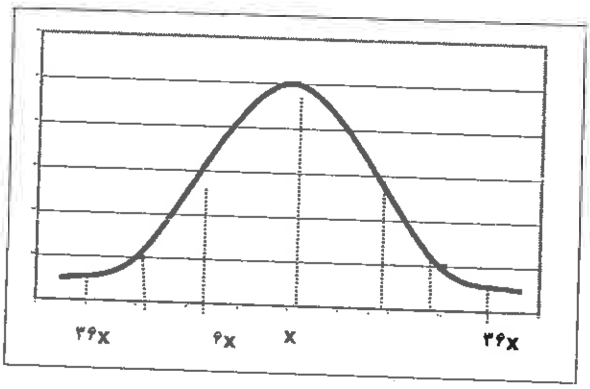


منحنی توزیع نرمال یک منحنی متقارن حول میانگین است و در آن میانگین، نما و میانه بر هم منطبق و با هم برابرند. سطح زیرمنحنی برابر یک واحد مربع است و از محور xها از نقاط با فواصل مختلف انحراف معیار از میانگین و در دو جهت آن عمودهایی اخراج می‌کنیم، فواصل بین دو عمود مساحت زیر منحنی را تعیین می‌نماید که با توجه به مساحت زیر منحنی نسبت تعداد مشاهدات یا احتمال وقوع مشاهده در آن مورد بدست می‌آید. برای مثال، در فاصله یک انحراف از میانگین سطح زیر منحنی مابین دو عمود معادل ۶۸/۳ درصد سطح کل زیر منحنی خواهد شد. سطح زیر منحنی برای فواصل دو انحراف و سه انحراف معیار از میانگین بترتیب ۹۵/۴ درصد و ۹۹/۷ درصد از سطح کل زیر منحنی را شامل می‌شود. بنابراین، با در دست داشتن دو پارامتر $\bar{x}$ و S_x برای هر نمونه می‌توان یک منحنی نرمال بدست آورد.

سطح زیرمنحنی ۵۰٪ = $\bar{X} \pm$ ۰/۶۷۴ S_x سطح زیر منحنی ۶۸/۳ = $\bar{X} \pm$ ۱ S_x

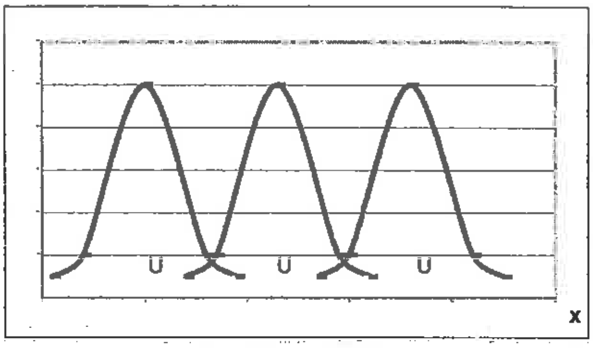
سطح زیرمنحنی ۹۵٪ = $\bar{X} \pm$ ۰/۹۶۰ S_x سطح زیرمنحنی ۹۵/۴ = $\bar{X} \pm$ ۲ S_x

سطح زیرمنحنی ۹۹٪ = $\bar{X} \pm$ ۲/۵۷۸ S_x سطح زیر منحنی ۹۹/۷٪ = $\bar{X} \pm$ ۳ S_x



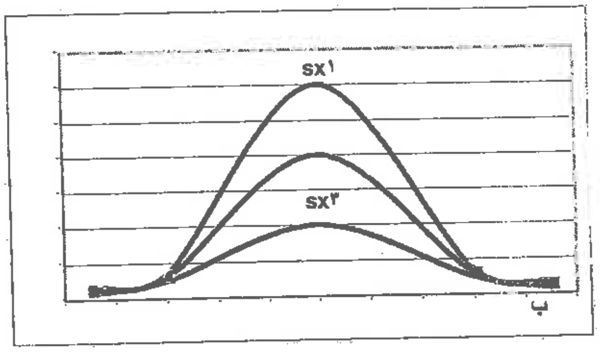
نمودار توزیع طبیعي

در صورتیکه توزیع طبیعی حاصل از سه نمونه، میانگین‌های مختلف داشته باشد، بصورت شکل الف و در صورتیکه سه توزیع طبیعی با انحراف معیارهای مختلف باشد، بصورت شکل ب نشان داده می‌شود.



الف – نمودارهای توزیع طبیعی میانگین‌های مختلف

$\mu_1 < \mu_2 < \mu_3$



ب– نمودارهای توزیع طبیعی با انحراف معیارهای مختلف

$S_{x1} < S_{x2} < S_{x3}$

۲-۶: توزیع طبیعی استاندارد (توزیع طبیعی میزان شده)

همانطور که در شکل بالا ملاحظه شد، یک توزیع طبیعی بر مبنای مقادیر μ و Sx می‌تواند با توزیع طبیعی دیگر مقایسه شود. برای مقایسه منحنی‌های توزیع نرمال، یک منحنی را بعنوان "منحنی استاندارد" درنظر می‌گیرند که علت این نامگذاری، دارا بودن میانگین صفر و انحراف معیار یک می‌باشد. توزیع طبیعی استاندارد را با قراردادن ۰ = μ و Sx = ۱ در معادله بدست می‌آورند . متغیر تصادفی $\frac{(x-\bar{x})}{S_x}$ را با حرف Z نمایش می‌دهند. لذا، معادله توزیع طبیعی استاندارد برابر است با:

$$f(z)=\frac{۱}{\sqrt{۲\pi}}e^{\frac{-z^{۲}}{۲}}$$

برای محاسبه، احتمال آنکه Z مقدار مابین دو نقطه روی محور Z ها مانند $Z_{.}$ و $Z_{۱}$ را بگیرد، باید سطح زیر منحنی بالای محور Z ها را با انتگرال‌گیری از تابع دو متغیر بدست آورد که بین دو عمود رسم‌شده و در این نقاط بر محور افقی محصور است. با توجه به اینکه انجام انتگرال و وقت‌گیر است لذا، اینکار برای کلیه اعداد در دامنه مورد نیاز قبلاً توسط محققین محاسبه و درجداول مربوطه ارائه شده است که می‌توان از آن استفاده نمود (جدول F).

برای استفاده از جدول ابتدا باید مقادیر X ها که مورد نظر است، برحسب تعداد انحراف معیار محاسبه شود که از مرکز منحنی یعنی میانگین فاصله دارد. برای مثال اگر بخواهیم عدد X= ۷۲ را برحسب منحنی نرمال استاندارد کنیم، باید میزان Z را برحسب این میزان X بدست آوریم. بنابراین اگر $S_x = ۱۱/۴$ و $\bar{X} = ۸۳/۴$ باشد.

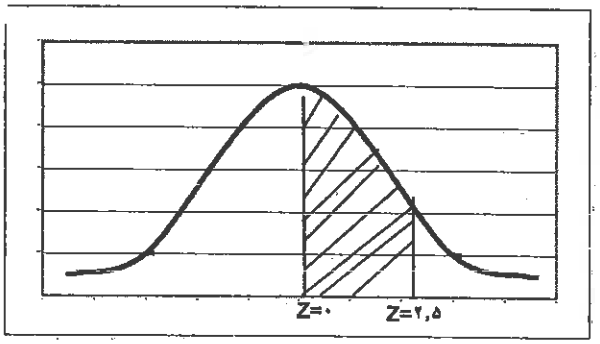
$$\frac{x}{S_x}=\frac{X-\bar{X}}{S_x}=\frac{۷۲-۸۳/۴}{۱۱/۴}=-۱$$

این عدد یک را که انحراف معیار استاندارد از وسط منحنی است "انحراف نسبی" Relative deviation می‌نامند.

بدین ترتیب عدد ۷۲ برای بکار بردن درجدول منحنی نرمال استاندارد (جدول Z) تبدیل به ۱- می‌شود.

مثال ۱ : با استفاده از توزیع طبیعی استاندارد، سطح زیر منحنی بالای محور Z بین Z = ۲/۵ و Z = ۰ را بدست آورید.

با رسم شکل میزان سطح مورد درخواست به صورت هاشور زده مشخص گردیده است.



نقطه Z = ۲/۵ در جدول F برابر ۰/۴۹۳۸ سطح مورد نظر را تعیین می‌نماید. بنابراین حدود ۵۰ درصد سطح زیر منحنی مربوط به فاصله دو نقطه Z=۰ و Z=۲/۵ می باشد.

عدد بدست آمده را به دو گونه می‌توان تفسیر نمود: احتمال آنکه Z مقداری بین صفر و ۲/۵ داشته باشد، برابر ۰/۴۹۳۸ است و نیزمی‌توان آنرا به فراوانی نسبی (یا نسبت) وقوع مقادیر Z بین صفر و ۲/۵ تفسیر نمود یا اظهار داشت که ۴۹/۳۸ درصد از Z ها مقداری بین صفر و ۲/۵ دارند.

مثال ۲ : وزن تخمدان ۸۰۰ ماهی اندازه‌گیری شده است میانگین وزن ۵۰۰ گرم و انحراف معیار ۱۰۰ گرم بوده است. توزیع وزن تخمدان در ماهیان نرمال فرض شده است .چند درصد جمعیت ماهیان کمتر از ۴۰۰ گرم تخم داشته‌اند و تعداد ماهیان چقدر است.

در این حالت ابتدا میزان Z را از طریق فرمول محاسبه می‌کنیم:

$$Z=\frac{X-\bar{X}}{S_x}$$

$$Z=\frac{۴۰۰-۵۰۰}{۱۰۰}=-۱$$

و سپس میزان Z را براساس جدول پراکنش نرمال بدست می‌آوریم. در جدول پراکنش نرمال در مقابل ۱-= Z رقم ۰/۱۵۸۷ لحاظ شده است. لذا، درصد ماهیانی که کمتر از ۴۰۰ گرم تخم داشته‌اند، برابر ۱۵/۸۷ درصد خواهد بود.

۰/۱۵۸۷ × ۱۰۰=۱۵/۸۷

تعداد ماهیانی که که کمتر از ۴۰۰ گرم تخم داشته اند از تناسب ذیل بدست می آید:

۸۰۰ عدد ۱۰۰ درصد

x = ۱۵/۸۷ x = ۱۲۶/۹ ≅ ۱۲۷ تعداد ماهیان

مثال ۳ : با توجه به مسئله قبل، چه میزان از ماهیان دارای وزن تخمدان بیشتر از ۶۵۰ گرم هستند.

$$Z=\frac{X-\bar{X}}{S_x}=\frac{۶۵۰-۵۰۰}{۱۰۰}=۱/۵$$

در جدول پراکنش نرمال ۱/۵ مساوی است با ۰/۹۱۱۲.

μ_i = ۰/۹۱۱۲ × ۱۰۰ = ۹۱/۱۲

یعنی ۹۱/۱۲ درصد سطح منحنی ماهیان با تخمدان تا ۶۵۰ گرمی را در بر می‌گیرد و بعبارتی این درصد مربوط به‌ماهیان تا۶۵۰گرمی است ولی چون ما ماهیان با وزن تخمدان بیشتر از ۶۵۰ گرم را می‌خواهیم، لذا این میزان را از صد کم می‌کنیم

۱۰۰ - ۹۱/۱۲=۸/۸۸ درصد ماهیان با تخمدان بیش از ۶۵۰ گرم

۸۰۰ ۱۰۰

x= ۸/۸۸ x = ۷۱ تعداد ماهیان با تخمدان بیش از ۶۵۰ گرم

مثال ۴ : ده درصد از ماهیان که دارای تخمدان کوچک هستند را می‌خواهیم حذف کنیم در این حالت حد انتخاب چند گرم است . میزان انحراف نسبی در جدول برای ۱۰ درصد را تعیین می‌نمائیم که عدد ۱/۲۸- می‌باشد.

$$Z = -۱/۲۸$$

$$-۱/۲۸ = \frac{x - ۵۰۰}{۱۰۰} \Rightarrow x = ۳۷۲g$$ حد انتخاب ۳۷۲ گرم است

مثال ۵ : صیادی جهت صید ماهی اقدام به دام گذاری در مسیر حرکت ماهیان نموده است. اگر میانگین قطر بدن ماهیان ۹ سانتی‌متر و واریانس‌قطر بدن ماهیان ۲/۲۵ سانتی‌متر باشد، تعیین نمائید که اگر دهانه دامها بتواند ماهیان تا عرض ۱۲ سانتی‌متری را صید نماید چه درصدی از ماهیان را می‌توان صید نمود.

$$Z = \frac{X - \overline{X}}{S_x} = \frac{۱۲ - ۹}{\sqrt{۲/۲۵}} = \frac{۳}{۱/۵} = ۲$$

عدد دو در جدول پراکنش نرمال مساوی است با ۰/۹۷۷۲

μ_i =۰/۹۷۷۲ × ۱۰۰ = ۹۷/۷۲ درصد

و بعبارتی امکان صید ۹۷/۷۲ درصد ماهیان وجود دارد.

۳-۶ : ضریب تغییرات (Coefficient of variation)

در یک مجموعه از داده‌ها انحراف معیار بعنوان شاخص تغییرات مفید است ولی در حالت مقایسه تغییرات دو مجموعه ممکن است نتیجه‌گیری درستی ارائه ندهد. برای مثال، با مقایسه ماهیان یکساله پرورشی با ماهیان ۴ ساله مولدین می‌بینیم که هر دو دارای انحراف معیار مساوی هستند ولی این دو مجموعه متفاوت هستند. گاهی اوقات نیز بزرگی انحراف معیار به علت بزرگی مقدار اعداد مورد مطالعه می‌باشد. لذا، همیشه کوچکی و بزرگی انحراف معیار نمایانگر کوچکی و بزرگی پراکندگی نیست.

در چنین مواردی که انحراف معیار گویای واقعیت موجود در جامعه نیست، از ضریب تغییرات استفاده می‌کنیم که از فرمول ذیل بدست می‌آید:

$$C.V = \frac{S}{\overline{X}} \times ۱۰۰$$

مثال : ماهیان مولد فیتوفاگ ۴ ساله و ماهیان پرورشی یکساله مقایسه و اطلاعات ذیل حاصل شد.

	Broodstock	Cultured
سن	۴	۱
میانگین وزن	۴۰۰۰ g	۱۰۰۰g
انحراف معیار	۸۰ g	۸۰ g

$$C.V_B = \frac{۸۰}{۴۰۰۰} \times ۱۰۰ = ۲$$

$$C.V_C = \frac{۸۰}{۱۰۰۰} \times ۱۰۰ = ۸۰$$

با تعیین CV ملاحظه می‌شود که این دو جامعه با هم متفاوت هستند در حالیکه با انحراف معیار نتوانستیم چنین تفسیری را داشته باشیم.

فصل هفتم

برآورد آماری و اختلاف بین میانگین‌ها

در تعریف آمار در بخش اول بیان نمودیم که آمار استنباطی، شیوه‌ای است که توسط آن بتوان با استفاده از بخش کوچکی از داده‌ها، تصمیماتی را در باره مجموعه بسیار بزرگ یا جامعه اصلی، اتخاذ کنیم. در این بخش می‌خواهیم ببینیم که برآورد آماری تا چه حد مورد اطمینان و تائید است.

اطمینان میانگین جمعیت

اگر تصمیم داشته باشیم میانگین جمعیتی که دارای توزیع طبیعی است را برآورد کنیم، باتوجه به بزرگی جمعیت، نمونه‌برداری از یک جامعه بزرگ امکانپذیر نمی‌باشد. لذا، از جمعیت نمونه برداری کرده (به میزان n) و میانگین ($\overline{X}$) را محاسبه می‌کنیم و آنرا بصورت برآورد μ اطلاق می‌کنیم ولی می‌دانیم که $\overline{X}$ دقیقا" برابر μ نیست از اینرو، بسیار ارزشمند خواهد بودکه μ را با استفاده از حدودی برآورد کرد که با مقدار محتمل میانگین جمعیت ارتباط دارد.

چون $\overline{X}$های متفاوت حاصل از نمونه‌های متفاوت خواهیم داشت، درصد احتمال را به همان روش محاسبه‌ای مقادیر x ، محاسبه نمودیم و با استفاده از منحنی نرمال، میزان انحراف را برحسب ۹۵ درصد (به فرض) محاسبه نمودیم. در اینجا نیز میانگین

اصلی (μ) نسبت به مقادیر متفاوت $\overline{X}$ برحسب ۹۵ درصد حدود اطمینان معادل دو نقطه‌ای محاسبه شد که در فاصله دو انحراف معیار از میانگین جای دارد.

$$\mu = \overline{X} \pm ۲S_{\overline{x}}$$

عدد ۲ به عنوان عقداری از توزیع طبیعی استاندارد برای ۹۵٪ اطمینان آورده شده است. این مقدار برای مقادیر متفاوت حدود اطمینان متفاوت است و میزان آن برحسب جدول Z بدست آمده است و "ضریب ثابت" نام دارد.

تذکر مهم: در یک نمونه‌برداری ملاحظه می‌شود که واریانس توزیع نمونه‌برداری با واریانس جمعیت برابر نیست ولی واریانس توزیع نمونه‌برداری برابر با حاصل تقسیم واریانس جمعیت براندازه نمونه برابر خواهد بود.

$$S_{\bar{x}}^{۲} = \frac{S^{۲}}{n}$$

انحراف معیار توزیع نمونه برداری ($\sqrt{S_{\bar{x}}^{۲}} = \frac{s = \delta}{\sqrt{n}}$) را "خطای معیار میانگین" یا " اشتباه معیار" گویند.

مثال : کارشناسی می‌خواهد میانگین سطح یا مقدار آنزیم استراز را در نوع معینی از ماهی با ۹۵ درصد اطمینان محاسبه نماید. میزان آنزیم تابع توزیع طبیعی و واریانس یا پراش آن ۸۱ است. میانگین آنزیم در تعداد ۲۰ ماهی نمونه‌برداری شده ۵۵ بوده است حدود اطمینان برای μ در جامعه ماهیان فوق چگونه است. مقدار Z برای ۹۵درصد برابر ۱/۹۶ است.

$$S_{\bar{x}} = \frac{\sqrt{۸۱}}{\sqrt{۲۰}} = \frac{۹}{۴/۴۷} = ۲$$ اشتباه معیار

$$\mu = ۵۵ + ۱/۹۶(۲)$$

$$\mu = ۵۵ \pm ۳/۹۲ \qquad \overline{X}_{۱} = ۵۸/۹$$

$$\overline{X}_{۲} = ۵۱/۱$$

بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت که ۹۵ درصد اطمینان وجود دارد که میانگین جمعیت بین ۵۱/۱ و ۵۸/۹ قرار گیرد.

۱-۷ : حدود اطمینان تفاوت بین میانگین‌های دو جمعیت

اگر هدف، آگاهی از تفاوت بین میانگین دو جمعیت باشد و خواستار برآورد این مقدار باشیم، ابتدا لازم است از هر یک از جمعیتها نمونه‌ای برآورد و آن میانگین نمونه‌ها ($\overline{X_1}$ و $\overline{X_2}$) را محاسبه نمائیم. یادآور می‌شود که برآورد کننده $\overline{X_1}-\overline{X_2}$ ، برآورد میزان $\mu_1-\mu_2$ است و بعبارتی، تفاوت بین میانگین دو جمعیت می‌باشد. لذا، کافی است، میزان اشتباه معیار دو میانگین را محاسبه و در فرمول قرار داد.

مثال : میانگین هموگلوبین خون ازون برون که از یک کارگاه تکثیر به تعداد ۱۵ قطعه بدست آمد $\overline{X_1}=۴/۵$ میلی‌گرم است. نمونه‌ای ۱۷ قطعه‌ای از مزرعه‌ای دیگر با همان سن ، میانگین $\overline{X_2}=۳/۴$ میلی‌گرم را دارا بود. اگر دو جمعیت، مقادیر توزیع طبیعی یا واریانس‌های ۱/۲ را داشته باشند، حدود اطمینان را برای $\mu_1-\mu_2$ پیدا کنید.

$$S_{\bar{x}_1-\bar{x}_2}=\sqrt{\frac{\delta_1^2}{n_1}+\frac{\delta_2^2}{nc}}=\sqrt{\frac{۱/۲}{۱۵}+\frac{۱/۲}{۱۷}}$$

$$S_{\bar{x}_1-\bar{x}_2}=۰/۳۹$$

$$\overline{X}_1-\overline{X}_2=۴/۵-۳/۴=۱/۱$$

$$\mu_1-\mu_2=۱/۱\pm۱/۹۶(۰/۳۹)=۱/۱\pm۰/۷\Rightarrow ۱/۸ \text{ و } ۰/۳۹$$

بنابراین، با احتمال ۹۵ درصد تفاوت واقعی بین میانگین‌های دو جمعیت، (μ_1 و μ_2)، مابین ۰/۳۹ و ۱/۸ می‌باشد.

توجه : در صورتیکه نمونه‌برداری از جمعیتهای غیر طبیعی یا بعبارتی جمعیتهایی باشد که دارای واریانس متفاوت هستند، در این صورت نیز با استفاده از همان شیوه و همان فرمول فوق می‌توان عمل نمود.

۲-۷ : بررسی معنی‌دار بودن اختلاف بین میانگین‌ها

اگر اختلاف میانگین دو جامعه به قدر کافی بزرگ باشد می‌توان گفت نمونه‌های مورد بررسی مربوط به دو جامعه مختلف و متفاوت هستند. در اینگونه موارد، یکی از

روشها از طریق بررسی حدود اطمینان است. اگر حدود اطمینان برای مثال با احتمال ۹۵ درصد، در دو سطح مختلف قرار دارند، بطور ساده نتیجه می‌گردد که دو نمونه مربوط به دو جامعه متفاوت هستند. ولی برای مواردی که حدود اطمینان‌ها مساوی باشند نمی‌توان بخوبی نتیجه‌گیری نمود. در روش دوم "اشتباه معیار" اختلاف دو میانگین و همچنین معنی‌دار بودن اختلاف بین میانگین‌ها را محاسبه می‌کنیم.

مثال: برای ۳۰ ماهی مولد نارس فیتوفاگ میانگین مقدار آنزیم MDH برابر ۷/۹۸ میلی‌گرم و انحراف معیار ۱/۶۴ شده است و برای همان تعداد ماهی مولد فیتوفاگ میانگین آنزیم ۸/۶۹ و انحراف معیار ۱/۸۰ می‌باشد. می‌خواهیم بدانیم این دو گروه که از لحاظ سن با هم اختلاف دارند از لحاظ میزان آنزیم مربوط به دو جامعه متفاوت می‌باشند یا خیر.

$$S_{\overline{X_۱}} = \frac{۱/۶۴}{۳} = ۰/۳۰$$

$$S_{\overline{X_۲}} = \frac{۱/۸۰}{۳۰} = ۰/۳۳$$

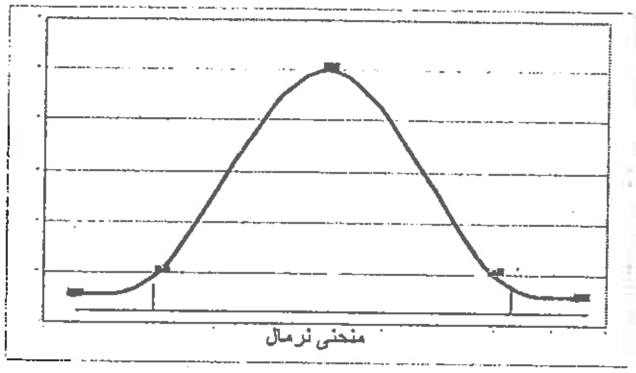
$$S_{(X_۱-X_۲)} = \sqrt{S_{x۱}^۲ + S_{x۲}^۲} = \sqrt{۰/۳۰^۲ + ۰/۳۳^۲} = ۰/۴۵$$

پس از آن انحراف نسبی یا اختلاف بین دو میانگین را برحسب اشتباه معیار حساب می‌کنیم.

$$\frac{(\overline{X_۱} - \overline{X_۲})}{S_{(x_۱-x_۲)}} = \frac{۷/۹۸ - ۸/۶۹}{۰/۴۵} = \frac{-۰/۷۱}{۰/۴۵} = -۱/۶$$

میزان مساحت زیرمنحنی نرمال استاندارد مطابق شکل برای ۱/۶ براساس جدول ۰/۰۵۴۸ می‌باشد

$$۰/۰۵۴۸ \neq ٪۵/۵$$



یعنی ۵/۵ درصد احتمال دارد که مولد نارس فیتوفاگ دارای آنزیم MDH بیشتر از مولد فیتوفاک باشد و برعکس. بنابراین:

۰/۰۵۴۸ + ۰/۰۵۴۸ = ۰/۱۰۹۶ = ۰/۱۱ ≠ ۱۱٪

بنابراین، از ۱۰۰ بار نمونه‌برداری ۱۱ بار اختلاف دو نمونه برابر یا بیشتر از ۰/۷۱ است و با توجه به بالا بودن احتمال مقدار اختلاف (۱۱ درصد) نمی‌توان میانگین میزان آنزیم دو گروه ماهی‌را تحت تاثیر اختلاف سن دو جامعه نمونه‌برداری شده دانست و این اختلاف سن دو گروه ماهی نمی‌تواند مبنائی برای اختلاف میزان آنزیم آنها باشد.

فصل هشتم

تعیین اندازه نمونه

۱-۸ : تعیین اندازه نمونه برحسب واریانس

در هر آزمایشی، این سئوال مطرح است که تعداد نمونه چه میزان باشد تا هم سبب اتلاف وقت، سرمایه و منابع نشود و هم آنقدر کوچک نباشد که نتایج حاصله فاقد استفاده عملی گردد. در اینجا به روشی برای تعیین تعداد نمونه اشاره شده است که با استفاده از حدود اطمینان استوار است.

با توجه به مولفه‌های حدود اطمینان، عرض یا دامنه همونه با استفاده از مقدار ذیل تعیین می‌گردد:

(اشتباه معیار) × (ضریب ثابت)

در بحث مربوط به حدود اطمینان جمعیت و منحنی نرمال، با ۹۵ درصد اطمینان دو نقطه‌ای که در فاصله دو انحراف معیار از میانگین جای دارند عبارت از $\mu - ۲S_d$ و $\mu + ۲S_d$ بودند. $۲S_d$ همان عرض حدود اطمینان است و S_d اشتباه معیار است ومی‌توان آنرا بصورت $\frac{\delta}{\sqrt{n}}$ نشان داد و "δ" ضریب ثابتی است که برای حدود اطمینان ۹۵ درصد تعیین گردیده است. لذا، برای مقادیر متفاوت حدود اطمینان مقدار آن تابع سطح حدود اطمینان است و آنرا می‌توان بصورت Z نمایش داد.

بنابراین :

(اشتباه معیار) × (ضریب ثابت) = d

برای جمعیت‌های بزرگ:

$$d = Z\frac{\delta}{\sqrt{n}} \Rightarrow n = \frac{Z^2\delta^2}{d^2}$$

و برای جمعیت‌های محدود

$$n = \frac{NZ^2\delta^2}{d^2(N-1)+Z^2\delta^2}$$

برای تعیین تعداد نمونه، با کمک فرمولهای فوق d و Z را می‌توان برحسب میزان دقت در آزمایش انتخاب نمود ولی لازم است واریانس (δ^2) را برآورد نمود. به طرق ذیل می‌توان واریانس را برآورد نمود.

۱- واریانس نمونه آزمایشی را از جمعیت را محاسبه نمود و بعنوان برآورد δ^2 بکار برد.

۲- از مطالعاتی که قبلاً انجام گرفته است، واریانس را محاسبه می‌نمائیم.

مثال : برای تعیین تعداد نمونه بچه ماهی برای یک آزمایش بیومتری، طول ماهی را با توجه به اینکه تغییرات طول بدن ماهی در حدود ۱۲ سانتیمتر برآورد شده باشد و بعبارتی در فاصله ۶ سانتیمتر از مقدار واقعی آن در دو طرف میانگین باشد و ضریب اطمینان ۹۵ درصد باشد و با توجه به مطالعات قبلی اگر انحراف معیار جمعیت حدود ۲۵ سانتی متر باشد، تعداد نمونه چقدر است.

اگر فرض کنیم که جمعیت مورد آزمایش بقدر کافی بزرگ است و با توجه به داده‌های ذیل:

(برای ضریب اطمینان ۹۵ درصد) $Z = 1/96$ و $\delta = 25gr$ و $d = 12 \div 2 = 6$

$$n = \frac{(1/96)^2 \times (25)^2}{(6)^2} = 66/69$$

بنابراین، برای این آزمایش تعداد ۶۷ نمونه لازم است.

۲-۸ : تعیین اندازه نمونه در مورد برآورد نسبتها

روش تعیین اندازه نمونه برای برآورد نسبت جمعیت، در واقع همان شیوه‌ای است که قبلاً برای تخمین میانگین جمعیت شرح داده شد.

در این خصوص اگر نمونه‌برداری بصورت تصادفی صورت گرفته و توزیع P از توزیع طبیعی برخوردار باشد، از فرمولهای ذیل استفاده می‌شود:

جمعیت بزرگ
$$n = \frac{Z^2 pq}{d^2}$$

جمعیت محدود ($n/N \leq ۰/۵$)
$$n = \frac{NZ^2 pq}{d^2(N-1)+Z^2 pq}$$

$$q = ۱ - p$$

تعیین میزان نسبت جمعیتی (P) برای حل فرمولهای فوق لازم می‌باشد میزان P از روشهای ذیل بدست می‌آید:

۱- نمونه آزمایشی را انتخاب کرده و میزان p را برآورد می‌کنیم.

۲- اگر حد نهایی p مشخص باشد برای مثال، اگر بدانیم که میزان p بیش از ۰/۳ نیست، در این حالت میزان p را برابر ۰/۳ در نظر می‌گیریم.

۳- اگر برای p نتوانیم به برآوردی دست یابیم، می‌توان آنرا مساوی ۰/۵ گرفته و n را بدست آورد. چون اگر $p = ۰/۵$ در نظر گرفته شود، میزان n در فرمول فوق، حداکثر مقدار ممکن خود را پیدا خواهد کرد.

مثال : نسبتی از ماهیان یک استخر بیمار هستند و می‌خواهیم بررسی بهتری بر تعدادی ماهی بیمار داشته باشیم. با توجه به اینکه نسبت مزبور بیشتر از ۱۰ درصد نمی‌تواند باشد و حدود اطمینان ۹۵ درصد و $d = ۰/۰۵$ مورد نظر باشد، چند ماهی برای نمونه‌گیری لازم است.

$$n = \frac{(۱/۹۶)^2(۰/۱)(۰/۹)}{(۰/۰۵)^2} = ۱۳۸/۳$$

تعداد نمونه لازم ۱۳۹ قطعه می‌باشد.

فصل نهم

مقایسه میانگین‌ها

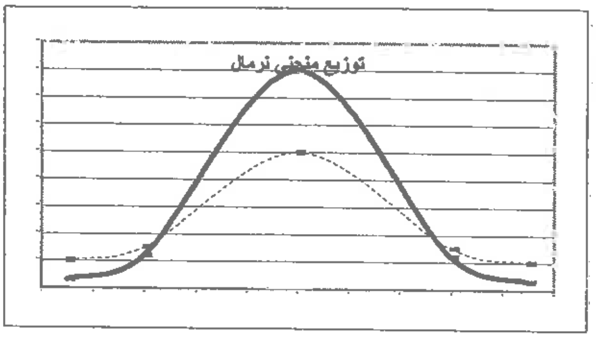
۱-۹ : آزمون t

با استفاده از خواص منحنی نرمال، دو جامعه را با هم سنجیدیم ولی این زمانی امکان پذیر است که نمونه‌های ما بزرگ باشند ولی برای کمتر از ۳۰ نمونه چه باید کرد؟ در اینجا لازم است که شیوه‌های دیگری را به منظور تعیین حدود اطمینان در نظر بگیریم.

توزیع t در نتیجه کار عمده "گوست" (Gosset) که با نام مستعار "دانشجو" مشهور است، برای حل این مشکل پیشنهاد شده است. مقدار t برابر است با:

$$t = \frac{\overline{X} - \mu}{S_{d} \text{ اشتباه معیار}}$$

از خصوصیات توزیع t ، دارای میانگین صفر و حول میانگین متقارن هستند و دارای واریانس بزرگتر از یک می‌باشند، توزیع t ، در مقایسه با توزیع طبیعی دارای دنباله ضخیم و نوک قله پهن‌تری می‌باشند. بدیهی است هر چه تعداد نمونه زیادتر باشد، توزیع t به توزیع طبیعی نزدیک‌تر می‌شود.



در این مورد، شیوه کلی تعیین حدود اطمینان با توزیع طبیعی میزان شده تغییر نمی‌کند، هر چند پیشنهاد می‌گردد که از توزیع t استفاده شود و از رابطه کلی که در ذیل آورده شده در تعیین حدود اطمینان استفاده گردد.

$\overline{X}$ ± (ضریب ثبات) (اشتباه معیار)

در اینجا ضریب ثابت از تابع t بدست می‌آید

$\overline{X} \pm$ **t** (حدود اطمینان) $\dfrac{S_x}{n}$

۱-۱-۹ : آزمون t برای دو نمونه جفت نشده (two sample t.test /unpaired t.test)

با فرض اینکه دو نمونه کاملاً تصادفی را با اندازه‌های n_1 و n_2 از جمعیتهایی با پراکنش طبیعی جدا می‌کنیم که دارای میانگین μ_1 و μ_2 و انحراف معیار S_1 و S_2 هستند و اگر میانگین‌های دو نمونه X_1 و X_2 و انحراف معیار S_{x1} و S_{x2} باشد، دراین حالت فرض صفر ما به صورت ذیل خواهد بود:

$\overline{H_0} : \mu_1 = \mu_2$

در این حالت از آزمون t جفت نشده استفاده می‌کنیم. فرمول کلی محاسبه عبارت خواهد بود از :

$$t = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{S_d}$$

ولی میزان S_d (اشتباه معیار) برای حالتها، تعداد و واریانس دو نمونه متفاوت خواهد بود و براساس ذیل محاسبه می‌شود :

$n_1 = n_2 = n$ $S_1^2 = S_2^2 = S^2$	$S_d = \sqrt{\frac{2S^2}{n}}$ $DF = 2(n-1)$
$n_1 = n_2 = n$ $S_1^2 \neq S_2^2$	$S_d = \sqrt{\frac{S_1^2 + S_2^2}{n}}$ $DF = 2(n-1)$
$n_1 \neq n_2$ $S_1^2 = S_2^2 = S^2$	$S_d = \sqrt{S^2(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2})}$ $Df = n_1 + n_2 - 2$
$n_1 \neq n_2$ $S_1^2 \neq S_2^2$	$S_d = (\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2})$ $Df = n_1 + n_2 - 2$

۲- ۱-۹: آزمون t برای یک نمونه (one – sample t - test)

برای یکسری شرایط که داده‌ها دارای اولیه مشابه و یکسان هستند از این شیوه استفاده می‌شود، برای مثال، نمونه‌های مورد آزمایش بچه ماهیان یک ماهی مولد باشد یا ماهیان مورد آزمایش از یک جمعیت و به صورت تصادفی انتخاب شده باشند.

۳-۱- ۹: آزمون t برای دو نمونه جفت شده (Paired t-test)

در این حالت، فرض اولیه آن است که میانگین اختلافات ($\overline{d}$)بین مشاهدات جفتی صفر است و در این نوع آزمون، نمونه‌ها دارای اندازه مساوی $(n_1=n_2=n)$ و هر یک از داده‌های یک نمونه مرتبط یا با داده نمونه دیگر جفت است.

لذا، فرض صفر برابر است با :

$$H = \overline{d} = ۰$$

محاسبه t و پارامترهای مربوط به t به شرح ذیل است:

$$t = \frac{d}{S_d}$$

$\overline{d}$ = میانگین اختلافهای داده‌های جفتی

S_d = اشتباه معیار اختلاف

$$S_d = \frac{S_x}{\sqrt{n}}$$

S_x = انحراف معیار اختلاف

n = تعداد مشاهدات جفتی

$$DF = n - ۱$$

۴-۱-۹: مقایسه میانگین نمونه و جمعیت (Comparison of sample and population Means)

با فرض اینکه یک نمونه به صورت تصادفی با اندازه n و میانگین X و انحراف معیار S_x از جمعیت جدا شده باشد، فرض صفر بصورت ذیل خواهد بود:

$$H = \overline{X} = \mu$$

محاسبه t و پارامترهای آن به شرح ذیل است:

$$t = \frac{\overline{X} - \mu}{S_d}$$

$$S_d = \frac{S_x}{\sqrt{n}}$$

S_d = اشتباه معیار میانگین

S_x = نحراف معیار

n = اندازه نمونه

$$df=n-۱$$

حداقل تفاوت معنی دار (Least significant difference)

$LSD_{p\%}$ بیشترین امکان تفاوت دو میانگین است که تا حدود ٪ P اشتباهی را نشان می‌دهد که به علت آثار تصادفی بوجود می‌آید یا بعبارت دیگر، $LSD_{p\%}$ نشان‌دهنده کمترین امکان تفاوت بین دو میانگین به علت سیستماتیک (اثر آزمایش) در حد ٪P اشتباه را نشان می‌دهد.

$$S_d = t_{p\%} \qquad \frac{2S_x^2}{n} \qquad LSD_{p\%} = t_{p\%}$$

S_d = اشتباه معیار و S_x = انحراف معیار می‌باشد.

هر گاه دو میانگین که تفاوتشان افزون بر میزان LSD شود، دلالت بر اختلاف معنی‌دار بین دو نمونه می‌باشد.

در این حالت میزان t محاسباتی از t جدول بیشتر است (برای ۵٪) و نیز میزان تفاوت میانگین بیشتر از LSD است. بنابراین اختلاف ژنتیکی بین گونه‌های فوق وجود دارد.

مثال برای حالت نمونه‌های زوجی

با ده ماهی کپور اقدام به آزمایش‌تری پلوئیدی با دو شیوه شوک گرمایی و شوک سرمایی نمودیم. از ماهی شماره ۱، دو میزان مساوی تخمک لقاح یافته گرفتیم که نمونه اول را ۴ دقیقه پس از لقاح، در آب گرم ۴۰^{oc} قرار دادیم و نمونه دوم را در درجه سانتیگراد ۴ آب سرد قرار دادیم و این عمل برای سایر ماهیان نیز تکرار شد. نتیجه باقیماندگی لارو تری پلوئید در جدول ذیل آمده است. کدام شوک برای ایجادتری پلوئیدی مناسبتر است.

	شوک I	شوک گرمایی II	اختلاف (d)
	درصد لاروها تری پلوئیدی		
ماهی اول	۷۱	۵۲	۱۹
ماهی دوم	۶۳	۱۱	۵۲
ماهی سوم	۹۲	۵۲	۴۰
ماهی چهارم	۴۸	۲۴	۲۴
ماهی پنجم	۶۰	۶۷	-۷
ماهی ششم	۹۲	۵۳	۳
ماهی هفتم	۱۱۰	۷۸	۳۲
ماهی هشتم	۷۸	۵۱	۲۷
ماهی نهم	۶۵	۴۸	۱۷
ماهی دهم	۸۱	۴۶	۳۵
			۲۷۴

$$d = \frac{۲۷۴}{۱۰} = ۲۷/۴ \qquad DF = ۱۰ - ۱ = ۹ \qquad t_{۵٪} = ۲/۲۶$$

$$t = \frac{\bar{d}}{S_d} \qquad S_d = \frac{S_\Delta}{n} = ۵/۰۶ \qquad S = \sqrt{\frac{\sum (d - \bar{d})^۲}{N}} = ۲۵۶/۲۷$$

$$t = \frac{۲۷/۴}{۵/۰۶} = ۳/۸۳$$

با توجه به اینکه t محاسباتی از t جدول بیشتر است، لذا شوک سرمایی بیشتر از شوک گرمایی درایجاد تری پلوئیدی موثر بوده است.

مثال برای مقایسه نمونه و جمعیت

از ۲۰ ماهی قزل آلا که از استخری بصورت تصادفی در یک مزرعه قزل‌آلا صید گردید، درصد چربی نسبت به کل بدن، ۵/۸ درصد بوده است. با توجه به اینکه درصد چربی در جمعیت اولیه ۵/۲٪ و انحراف معیار۰/۶ بوده است. مزرعه‌دار مایل است بداند نمونه گرفته شده تابع خصوصیات جامعه است یا با آن تفاوت دارد.

$$\overline{X} = ۵/۸\% \qquad t = \frac{X-\mu}{S_d} \qquad S_d = \frac{S}{\sqrt{n}} = \frac{۰/۶}{\sqrt{۲۰}} = \%۰/۱۳۴$$

$$\mu = ۵/۲\% \qquad t = \frac{۵/۸ - ۵/۲}{۰/۱۳۴} = ۴/۴۸$$

$$n = ۲۰ \qquad t_{\%۵} = ۲/۰۹ \qquad DF = ۱۹$$

نتیجه‌ای که بدست می‌آید آن است که گروه انتخاب شده از لحاظ درصد چربی با جامعه تفاوت دارد و دارای درصد چربی بیشتری است.

مثال۱: آزمون دو نمونه

دو گروه ماهی کپور داریم که متوسط وزن هر گروه ۶ کیلوگرم است و تحت دو رژیم غذایی قرار گرفتند یک ماه بعد متوسط وزن این دو گروه یکی ۸/۷ و دیگری ۸/۲ کیلوگرم و انحراف معیار هر گروه ۰/۷ کیلوگرم بوده است. در هر گروه ۱۲ عدد ماهی وجود دارد. آیا تفاوتی بین سیستم‌های تغذیه‌ای بوده است یاخیر؟

$$n_۱ = n_۲ = ۱۲ \text{ عدد} \qquad S_d = \sqrt{\frac{۲S^۲}{n}} = \sqrt{\frac{۲ \times ۰/۴۹}{۱۲}} = ۰/۲۸kg$$

$$S_۱^۲ = S_۲^۲ = ۰/۴۹kg \qquad t = \frac{\overline{X}_۱ - \overline{X}_۲}{S_d} = \frac{۰/۵۰}{۰/۲۸} = ۱/۷۸$$

$\overline{X_۱} = ۸/۷\text{kg}$

$\overline{X_۲} = ۸/۲\text{kg}$ $\quad t_{۰/۰۵} = ۲/۰۷$ $\quad Df = ۲(۱۲-۱) = ۲۲$

$LSD_{۵\%} = ۲/۰۷ \times ۰/۲۸\text{kg} = ۰/۵۸$

میزان t محاسباتی از t جدول کمتر است. در ضمن، تفاوت بین میانگین دو آزمایش کمتر از LSD است لذا، نتیجه می‌گیریم که دو سیستم غذایی یکسان عمل نموده‌اند.

مثال۲ : آزمون دو نمونه

در یک پژوهش برای انتخاب مولدین تعداد ۱۴ ماهی یکساله کپور پرورشی و ۱۰ ماهی یکساله کپور بومی مورد مقایسه قرار گرفتند. می‌خواهیم بدانیم با توجه به اینکه شرایط برای هر دو گروه یکسان بوده است، آیا اختلاف ژنتیکی بین دو گونه ماهی وجود دارد یا خیر؟

ماهی پرورشی (kg) = ۳/۷، ۳/۸، ۳/۹، ۴/۲، ۴، ۴/۱، ۳/۶، ۳/۸، ۳/۹، ۴، ۳/۸، ۳/۸، ۴/۴، ۳/۶

ماهی بومی (kg) = ۲/۶، ۳، ۳/۱، ۲/۹، ۳/۳، ۳/۶، ۳/۴، ۳، ۲/۸، ۳/۵

$n_۱ = ۱۴ \qquad n_۲ = ۱۰$

$\overline{X_۱} = ۳/۹ \qquad X_۲ = ۳/۱۲ \qquad S_{x۱} = \sqrt{\frac{۲۱۳/۶}{۱۴} - ۳/۹^۲} = ۰/۲$

$S_۱^۲ = ۰/۰۴ \qquad S_۲^۲ = ۰/۰۰۹ \qquad S_{x۲} = \sqrt{\frac{۹۸/۲۸}{۱۰} - ۳/۱۲^۲} = ۰/۳$

$$S_d = \sqrt{\frac{S_۱^۲}{n_۱} + \frac{S_۲^۲}{n_۲}} = \sqrt{\frac{۰/۰۴}{۱۴} + \frac{۰/۰۹}{۱۰}} = \sqrt{۰/۰۰۲۸ + ۰/۰۰۹} = ۰/۱$$

$\overline{X_۱} - \overline{X_۲} = ۳/۹۰ - ۳/۱۲ = ۰/۷۸\text{kg} = ۷۸۰\text{g}$

$t = \frac{۳/۹۰ - ۳/۱۲}{۰/۱} = ۷/۸$

$t = ۲/۰۷ \qquad DF = ۲۲$

$LSD_{۵\%} = ۲/۰۷ \times ۰/۱ = ۰/۲\text{kg} = ۲۰۰\text{g}$

۲-۹ : آزمون F (F - test)

در میان آزمونهای آماری، سه آزمون از همه مهمتر هستند. اول آزمون t که شرح آن داده شد. دوم آزمون F که در این بخش به شرح آن می‌پردازیم و سوم مربع - کای که در فصل بعد به آن خواهیم پرداخت.

آزمون F ، آزمون مقایسه واریانسهای دو نمونه می‌باشد. آزمون F با استفاده ازواریانس برای ما مشخص می‌کند که آیا داده‌ها بطور طبیعی طرح شده‌اند یا خیر؟ بنابراین، فرض صفر آن است که داده‌ها بطور یکنواخت پخش شده‌اند.

$$H_{0} = \mu_1^2 = \mu_2^2$$

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$$

برای تعیین F جدول، از df براساس (n_2-1) و $df=(n_1-1)$ استفاده می‌گردد و هر کدام واریانس بیشتری دارد، درجه آزادی ردیف افقی جدول را شامل می‌شود و در جدول بصورت Numerator (درجه آزادی صورت) قرار دارد و هر یک واریانس کمتری دارد، در قسمت ستونی جدول Denominator (درجه آزادی مخرج) قرار دارد.

مثال : در یک استخر ۴ هکتاری در هنگام وزش باد، در دو بخش اقدام به تعیین بیوماس پلانکتونی نمودیم در حالیکه تعداد نقاط نمونه‌گیری در یک بخش استخر ۱۵ و در بخش دوم ۱۷ بار بوده است و با توجه به اینکه واریانس بیوماس پلانکتونی در بخش اول ۸/۳۱ و در بخش دوم ۵/۲۲ بوده است، آیا وزش باد در تراکم پلانکتون در دو قسمت نمونه‌گیری تاثیر داشته است یا خیر.

$$F = \frac{۸/۳۱}{۵/۲۲} = ۱/۴۹$$

$df : (۱۴),(۱۶)$

در جدول میزان F برای ۱٪ به مقدار ۲/۳۷ و برای ۵٪ به مقدار ۳/۴۵ می‌باشد.

F محاسبه شده کمتر از دو حد F جدول است و بعبارتی وزش باد به احتمال ۹۵ درصد و نیز ۹۹ درصد تاثیری در تراکم پلانکتون استخر نداشته است.

۳-۹: آزمون مربع کای (Chi – Square)

در آزمون t یا هر تستی که از توزیع نرمال پیروی کند، وجود تفاوت معنی‌دار بین فراوانیهای مشاهده شده این دو واقعه با فراوانی‌های مورد انتظار آنها مورد توجه است. ولی هنگامیکه بیش از دو واقعه مورد بررسی باشد، دیگر توزیع نرمال را نمی‌توان برای آزمون امکان وجود تفاوت معنی‌دار مابین فراوانیهای مشاهده شده و مورد انتظار بکار برد. اگر بیش از دو واقعه رخ داده شده باشد (K) و فراوانی مشاهده شده در دست باشد، ابتدا باید برای اندازه‌گیری تفاوت بین فراوانی مشاهده شده (O) و فراوانیهای مورد انتظار متناظرآن e کمیتی راتعریف‌کرد.این کمیت که "مربع کای" نامیده شده بصورت ذیل تعریف می‌شود:

$$\chi^{2}=\sum_{i=1}^{k}\frac{(O_i-e_i)^{2}}{e_i}$$

واضح است که k می‌تواند رقم ۲ را نیز شامل شود و بعبارتی برای مقایسه و آزمون بین دو نمونه نیز می‌توان از طریق مربع کای سود برد. در آزمون مربع کای توزیع فراوانیها را نیز می‌توان مورد بررسی قرار داد.

در این گونه آزمونها، اطلاعات و فراوانیها در یک جدول به نام جدول "توافقی" (Contingency table) ارائه می‌گردد. اگر میزان $Chi^{2}=0$ شود، پراکنش فراوانیها یکسان است. هر چه میزان Chi^{2} بیشتر باشد، اختلاف بین توزیع مقایسه شده بیشتر است.

۱-۳-۹: آزمونهای برازندگی یا انطباق (Goodness of Fit tests)

با استفاده از مربع کای می‌توان تا تعیین نمود که چگونه پراکنش مشاهده شده با توزیع تئوری یا توزیع مورد انتظار تطبیق می‌کند سوال علمی قضیه این است که آیا پراکنش نمونه بر پراکنش تئوری منطبق است یا خیر.

$$H_0 = f_0(x) = f_1(x)$$

میزان اختلاف بین فراوانی مشاهده شده (f_i) و مـورد انتظـار (F_i) از فرمـول‌ذیـل بدست می‌آید:

$$\chi^{۲} = \frac{(f_{۱} - F_{۱})^{۲}}{F_{۱}} + \frac{(f_{۲} - F_{۲})^{۲}}{F۲} + \ldots \frac{(f_k - F_k)^{۲}}{F_k}$$

$$\chi^{۲} = \sum \frac{(f_i - F_i)}{F_i} \qquad df = k - ۱$$

$$f_i = np_i$$

f_i = فراوانی مشاهده شده

F_i = فراوانی مورد انتظار

k = تعداد گروه

P_i = امکان مورد انتظار

n = تعداد مشاهدات

df = درجه آزادی

مثال ۱ : در یک مزرعه پرورش ماهی از ۲۵۰۰ بچه ماهیان یک مولد، میزان ۴۸/۵ درصد آن نر و بقیه ماده بوده‌اند. آیا نسبت جنسیت بین بچه ماهیان فوق با نسبت مورد انتظار یک به یک منطبق است یا خیر ؟

f_i = ۲۵۰۰×۴۸/۵٪ = ۱۲۱۲/۵

$F_{۲}$ =۲۵۰۰−۱۲۱۲/۵ =۱۲۸۷/۵

f_i= nP_i =۰/۵×۲۵۰۰=۱۲۵۰

K	P_i	f_i	F_i	$\frac{(f_i -}{F_i}$
♂	۰/۵	۱۲۱۲/۵	۱۲۵۰	۱/۱
♀	۰/۵	۱۲۸۷/۵	۱۲۵۰	۱/۱
Σ	۱	۲۵۰۰	۲۵۰۰	۲/

$\chi^2 = ۲/۲۵$ مشاهده

$\chi^2_{\%5} = ۳/۸۴$ تئوری df=k-۱=۱ ۳/۸۴ > ۲/۲۵

چون میزان انحراف مشاهده شده از جدول کمتر است. بنابراین، حد اشتباه تا ۳/۸۴ برای ۵ درصد قابل قبول است.

مثال۲: در نسل دوم۶۰۰ ماهی کپور را برای ۲ آلل آن بررسی نمودیم. فراوانی توزیع ژنوتیپ بصورت ذیل است:

ژنوتیپ	AB	Ab	aB	ab
فراوانی	۳۶۳	۱۱۹	۷۸	۴۰

آیا این نسبت فراوانی با نسبت مورد انتظار ۱:۳: ۹:۳ تطبیق می‌کند.

در نسل دوم براساس اصل دوم مندل، اصل مستقل صفات در مورد دو صفت نسبت فنوتیپ برابر ۱:۳: ۹:۳ است. برای حل مسئله به ترتیب ذیل عمل می‌کنیم.

$P_1 = \frac{۹}{۱۶}$ امکان فنوتیپ AB

$P_2 = P_3 = \frac{۳}{۱۶}$ امکان فنوتیپ Ab , aB

$P_4 = \frac{۱}{۱۶}$ امکان فنوتیپ ab

فنوتیپ	P_i	f_i مشاهده	F_i تئوری	$\frac{(f_i - F_i)^2}{F_i}$
AB	$\frac{۹}{۱۶}$	۳۶۳	۳۳۸	۱/۸۴۹
Ab	$\frac{۳}{۱۶}$	۱۱۹	۱۱۲	۰/۴۳۷
aB	$\frac{۳}{۱۶}$	۷۸	۱۱۲	۱۰/۳۲۱
Ab	$\frac{۱}{۱۶}$	۴۰	۳۸	۰/۱۰۵
کل	۱	۶۰۰	۶۰۰	۱۲/۷۱۲

$\chi^2 = ۱۲/۷۱$ df=k−۱ =۴−۱= ۳

$\chi^2_{\%5} = ۷/۸۱$ ⟶ ۱۲/۷۱> ۷/۸۱

با توجه به بزرگتر بودن مربع کای مشاهده از مربع کای جدول، لذا اختلاف بین گروهها بیشتر از حد اشتباه، متعارف برای ۹۵ درصد اطمینان می‌باشد. لذا، نسبت فنوتیپ با تئوری یا حد انتظار منطبق نیست. احتمال این تفاوت ممکن است بدلیل سهم مربع کای باشد که در گروه aB برابر ۳۲۱/۱۰ است.

۹-۳-۲ : آزمون هموژن یا یکنواختی (Independence test/Homogeneity test)

در این حالت سوالی که مطرح است این است که آیا نمونه‌ها یکنواخت پراکنده شده‌اند یا بعبارتی آیا نمونه‌ها از یک جمعیت هستند و آیا دو نمونه از لحاظ پراکندگی برهم منطبق هستند یا توزیع نمونه‌ها بر یکدیگر منطبق هستند.

$H_0 = F_1(x) = F_2(x)$

۹-۳-۲-۱ : جدول توافق ۲×۲

جدول توافق مربع کای ممکن است براساس صورت مسئله جدول ۲×۲ یا $k \times V$ باشد که فرمولهای مرتبط با هر یک و نمونه حل مسائل آن در ذیل شرح داده شده است.

الف - جدول توافق ۲×۲

	I	II	جمع
۱	a	b	(a+b)
۲	c	d	(c+d)
جمع	(a+c)	(b+d)	

$$\chi^2 = \frac{n(ad-bc)^2}{(a+c)(b+d)(a+d)(c+d)}$$

$$df = k-1 = 1$$

$$n = a+b+c+d$$

۲-۲-۳-۹: جدول توافق K.V

$$\chi^۲ = n_۱ n_۲ \sum \left(\frac{۱}{f_{۱i} + f_{۲i}}\right)\left(\frac{f_{۱i}}{n_۱} - \frac{f_{۲i}}{n_۲}\right)^۲$$

df=k-۱

$f_{۱i}$ = فراوانی گروه اول

$F_{۲i}$ = فراوانی گروه دوم

مثال : برای آزمون هموژن

الف) برای ۲×۲

از ۲۳۷ ماهی بیمار تعداد ۱۳۹ عدد با تترامایسین و ۹۸ عدد با کلرامفنیکل تحت مداوا قرار گرفتند. از گروه اول ۱۰۶ قطعه و از گروه دوم ۶۵ قطعه مداوا شدند. می‌خواهیم بدانیم‌که‌آیادو دارو یکسان عمل کرده‌اند یا خیر؟

ابتدا جدول اطلاعات را مطابق ذیل تنظیم می‌کنیم.

	تترامایسین	کلرامفنیکل	جمع
سالم	۱۰۶	۶۵	۱۷۱
مریض	۳۳	۳۳	۶۶
جمع	۱۳۹	۹۸	۲۳۷

$$\chi^۲ = \frac{۲۳۷(۳۴۹۸ - ۲۱۴۵)^۲}{۱۳۹ \times ۹۸ \times ۱۷۱ \times ۶۶}$$

$$\chi^۲ = ۲/۸$$

جدول $\chi^۲ = ۳/۸۴$ $df = k - ۱ = ۱$

دو دارو یکسان عمل کرده‌اند و مزیتی بر هیچ یک از آنها نیست.

ب) برای K . V

دو نوع یا دو واریته از ماهی از لحاظ ژنوتیپ صفت خاصی مورد بررسی قرار گرفتند و کمیت‌های جدول ذیل بدست آمد. آیا توزیع فنوتیپ دو نوع ماهی یکسان است.

	AB	Ab	aB	ab	جمع
گروه یا نوع اول	۳۶۳	۱۱۹	۷۸	۴۰	۶۰۰
گروه یا نوع دوم	۲۱۸	۷۲	۵۶	۵۴	۴۰۰
جمع	۵۸۱	۱۹۱	۱۳۴	۹۴	۱۰۰۰

$$\chi^{2} = n_{1}n_{2}\sum\left(\frac{1}{f_{1i}+f_{2i}}\right)\left(\frac{f_{1i}}{n_{1}}-\frac{f_{2i}}{n_{2}}\right)^{2}$$

$\chi^{2} = ۱۳/۸۸۹$

$\chi_{5\%}^{2} = ۷/۸۵$ f محاسبه > f جدول

f محاسبه شده از f جدول بزرگتر است لذا دو واریته یکسان نیستند و دو ژنوتیپ با هم فرق دارند.

	AB	Ab	aB	ab	جمع
F_{1i}	۳۶۳	۱۱۹	۷۸	۴۰	۶۰۰
F_{2i}	۲۱۸	۷۲	۵۶	۵۴	۴۰۰
	۵۸۱	۱۹۱	۱۳۴	۹۴	
$\frac{1}{f_{1i}+f_{2i}}$	$\frac{1}{581}$	$\frac{1}{191}$	$\frac{1}{134}$	$\frac{1}{94}$	
$\frac{f_{1i}}{n_1}$	۰/۶۰۵	۰/۱۹۸	۰/۱۳	۰/۰۶۷	
$\frac{f_{2i}}{n_2}$	۰/۵۴۵	۰/۱۸	۰/۱۴	۰/۱۳۵	
$(\frac{f_{1i}}{n_1}+\frac{f_{2i}}{n_2})^2$	۰/۰۰۳۶	۰/۰۰۰۳۴	۰/۰۰۰۱	۰/۰۰۴۶۲	
$\frac{n_1 n_2}{f_{1i}+f_{2i}}$	۴۱۳/۱	۱۲۵۶/۵	۱۰۹۱	۲۵۵۳/۲	
X^2	۱/۴۸۷	۰/۴۲۷	۰/۱۷۹	۱۱/۷۹۶	

فصل دهم

طرحهای آماری

۱- ۱۰ : عناصر آزمایش

یک روزنامه نگار فیلیپینی در سال ۱۹۵۰ با کاشت یک تک برنج و پس از دوره رشد، به میزان ۱۰۰۰ برنج برداشت نمود. لذا استنباط نمود که از هر ۵۰ کیلو برنجی که کشاورزان می‌کارند، باید ۵۰ تن برنج برداشت نمود ولی فقط دو تا شش تن برداشت می‌شود. این کاهش به دلایل چندی می‌توانست باشد. احتمالاً" کمبود ازت یا مواد دیگر در کاهش برداشت محصول نقش دارد زیرا میزان برداشت ازت از خاک بیشتر از ابقاء آن است.

طرح موضوع فوق با احتمال اینکه کمبود ازت سبب کاهش در میزان تولید است، یک فرضیه است. پس از فرضیه، قدم بعدی طرح روشی برای تائید آن است. برای انتخاب روش آزمایش معمولاً" چهار موضوع مورد توجه قرار می‌گیرد:

۱- انتخاب مواد لازم برای آزمایش: ماهی، پلانکتون و...

۲- تعیین صفاتی که باید اندازه‌گیری شود: عملکرد - بیماری و...

۳- انتخاب روشی برای اندازه‌گیری آن صفات

۴- تعیین روشی به منظور آنکه آیا اندازه‌گیری‌ها فرضیه را تائید می‌کند یا خیر؟

دو بخش آخر مربوط به متخصصان علم آمار است و این دو مرحله اساس یک طرح آزمایش را پی‌ریزی می‌کند و اولین قدم در اجرای یک طرح آزمایشی است. در اجرای طرح آزمایش لازم است به سه نکته توجه کنیم :

- تخمین اشتباه (Estimate of error)
- کنترل اشتباه (Control of error)
- تفسیر صحیح نتایج (Proper interpretation of results)

۲-۱۰ : تخمین اشتباه (Estimate of error)

چون در هر آزمایشی برای مثال، بررسی دو رقم دانه یا دو واریته ماهی عوامل بسیاری در عملکرد موثرند، پس باید برای قضاوت صحیح بین دو واریته روشی را انتخاب کرد که اختلاف بین دو واریته را از سایر منابع تغییر (Source of variation) جدا کند. برای مثال، اگر دو نوع واریته را در دو استخر و بطور مجزا تحت بررسی قرار دهیم، افزایش تولید ممکن است به دلیل تفاوت دو واریته یا اختلاف کیفیت دو استخر باشد، لذا لازم است اختلاف عملکرد کرتهارا بدانیم هنگامیکه در آنها دو رقم متفاوت و هنگامیکه در آنها یک رقم کشت شده است. اختلاف بین کرتهایی که در آنها تیمارهای مشابه قرار دارد، "اشتباه آزمایشی" (Experimental error) نامیده می‌شود.

اشتباه آزمایشی برای این قضاوت است که آیا اختلاف مشاهده شده واقعی است یا شانسی.

هر آزمایشی باید طوری طرح ریزی شود که بتوان اشتباه آزمایش را اندازه‌گیری کرد. برای اینکار در اجرای یک تحقیق تلاش می‌گردد تا اثرهای جانبی بر محیط آزمایش را کاهش داد و شرایط را یکسان نمایند. برای رسیدن به این منظور از "تکرار" (Replication) یا "تصادفی کردن" (Randomization) استفاده می‌شود.

۳-۱۰ : کنترل اشتباه (Control of error)

در یک طرح تحقیقاتی باید سعی شود که تا حد امکان اشتباه آزمایشی کم باشد زیرا در این صورت، شانس اندازه‌گیری اختلاف موجود بین تیمارها افزایش می‌یابد. سه روش برای کنترل اشتباه آزمایشی وجود دارد.

الف) بلوک بندی (Blocking)

ب) روش آزمایشی مناسب (Proper plot technique)

ج) تجزیه داده‌ها (Data Analysis)

۱-۳-۱۰: بلوک بندی (Blocking)

با قراردادن واحدهای آزمایشی (Experimental units) مشابه در یک گروه که معمولاً بلوک نامیده می‌شود و با قرار دادن همه تیمارها بطور مجزا در هر بلوک، اختلاف موجود بین بلوک‌ها را می‌توان اندازه‌گیری نموده و از اشتباه آزمایشی کم کرد.

۲-۳-۱۰ : طرح آزمایشی مناسب (Proper plot technique)

در آزمایشها باید بگونه‌ای عمل کرد که اثر سایر عوامل بجز تیمارها حذف شود. به فرض، اگر هدف بررسی اثر دارو بر نوع بیماری است باید اثر سایر عوامل مثل نور، غذا، باد، اکسیژن و... برای تمام واحدهای آزمایش یکنواخت باشد.

۳-۳-۱۰: تجزیه داده‌ها (Data analysis)

در مواردی که بلوکها به تنهایی قادر به کنترل اشتباه آزمایشی نیستند، تجزیه صحیح داده‌ها می‌تواند ما را از نظر کنترل خطای آزمایش کمک کند. برای رسیدن به این هدف بیشتر از تجزیه کوواریانس استفاده می‌شود.

برای مثال، در یک آزمایش اثر تغذیه و وزن اولیه نمونه‌ها معمولاً متفاوت است. با استفاده از این وزن اولیه بعنوان متغیر اضافی (Covariate) می‌توان وزن نهایی را بعد از آنکه نمونه‌ها در معرض تغذیه‌های متفاوت (تیمارها) قرار گرفتند با مقادیر حاصله تطبیق داد.

نمونه‌های مورد آزمایش باید هنگام شروع آزمایش دارای وزن یکسان باشند.

۴-۱۰ : تفسیر صحیح نتایج (Proper interpretation of results)

انجام یکنواختی که در بخشهای قبل به آن پرداختیم، گرچه از نظر اندازه‌گیری و کاهش اشتباه آزمایشی مهم است، اما سبب محدودیت کاربرد و عمومیت دادن نتایج آزمایش می‌شود.

به عبارت دیگر، هنگامیکه آزمایش در منطقه کنترل شده و مناسبی انجام شود، خصوصیات محیط دروضعیت نسبی دو رقم یا دو گونه تاثیر زیادی می‌گذارد، یعنی هنگامیکه آزمایش در محیط طبیعی انجام شود، نتیجه آزمایش یکسان نیست، لذا در تفسیر نتایج به نکات ذیل باید توجه داشت:

۱-۴-۱۰: تجزیه واریانس (Anova) Analysis of variance-

بهترین و معمولی‌ترین شیوه برای ارزیابی نتایج، تجزیه واریانس است. هدف از تجزیه واریانس برآورد تفاوت بین اثر تیمارها می‌باشد یا به عبارت دیگر می‌خواهیم بدانیم که میانگین تیمارهای متفاوت باهم یکی هستند یا خیر.

$H_0 = \mu_1 = \mu_2 = \mu_k$

در اینجا، اگر فرض صفر ما رد شود یعنی بعضی از تیمارها اثر متفاوتی داشته‌اند. ولی اگر نتواند رد شود، پس تفاوت فقط براثر اشتباه تصادفی حاصل شده است.

روش تجزیه واریانس (Anova) برای تست فرض صفر روشی را ارائه می‌دهد که در ذیل به آن می‌پردازیم:

برای اینکار ابتدا باید واریانس را از تیمار (Treatment) و اثر اشتباه (Error) را از واریانس کل جدا کرده و سپس مورد بررسی قرار داد. داده‌ها در یک جدول (جدول تجزیه واریانس) آورده شده و در نهایت توسط F-test بررسی گردد.

Model of Anova

Model I - Fixed effect model

$$X_{ij} = \mu + x_i + e_{ij}$$

اثر اشتباه تصادفی   اثر تیمار   میانگین

می‌خواهیم بدانیم آنچه که به میانگین اضافه می‌شود به دلیل اثر تیمار است یا اشتباه و پس از اینکه این دو کمیت از هم جدا شد و سهم هر یک مشخص شد، در جدول Anova توسط F-test بررسی شود. بررسی عملکرد یک واریته یا رقم یا گونه در یک آزمایش، مدل یک تجزیه واریانس قلمداد می‌شود.

Model II- Random effect model

$$X_{ij} = \mu + A_i + e_{ij}$$

اثر اشتباه تصادفی   اثر تیمار   میانگین

مدل ۲ تجزیه واریانس مانند مدل یک است ولی در اینجا α_i به جای اثر تیمار A_i قرار دارد. در موارد آزمایش برای تعیین میزان دوز مصرفی که بعنوان آثار تصادفی تلقی می‌شود، از مدل ۲ تجزیه واریانس استفاده می‌شود.

محاسبه تجزیه واریانس

با کمک شیوه حداقل مربعات (least squeres) می‌توان نسبت به تجزیه آثار آزمایش و یافتن بهترین رابطه بین آنها اقدام نمود.

فرمول کلی: $X_{ij} = \mu + \alpha + e_{ij}$

براساس شکل ذیل خواهیم داشت:

$$X_{ij} = \overline{\overline{X}} \quad + \quad (\overline{Xi} - \overline{\overline{X}}) \quad + \quad (X_{ij} - \overline{X_i})$$

انحراف کل   اثر تیمار   اثر اشتباه تصادفی

$\overline{\overline{X}}$ =میانگین کل

$\overline{X}$ = میانگین آزمایش

X_{ij} = کمیت مشاهده شده

حال دو طرف معادله را به توان می‌رسانیم و معادله را برای تمام امکان X_{ij} ها در نظر می‌گیریم، لذا خواهیم داشت:

$$\underset{\text{کل SS}}{\sum\sum(X_{ij}-\overline{\overline{X}})^2} = \underset{\text{تیمار SS}}{\sum\sum(\overline{X}_i-\overline{\overline{X}})^2} + \underset{\text{اشتباه SS}}{\sum\sum(X_{ij}-\overline{X}_i)^2}$$

Total df = Treatment df + Error df

درجه آزادی کل = درجه آزادی تیمار + درجه آزادی اشتباه

$$n-1=vr-1 = v-1 + v(r-1)$$

۲-۴-۱۰: واریانس (Variance):

$$\text{تیمار } MS = \frac{SS}{df}$$

$$\text{اشتباه } MS = \frac{SS}{df}$$

جدول تجزیه واریانس

منابع تغییرات	df	SS	MS	F
تیمار (بین گروه)	v-۱			
اشتباه (داخل گروه)	v(r-۱)			
کل	vr-۱			

$$\text{کل } SS = \sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{n}$$

$$\text{تیمار } SS = \frac{\sum T^2}{r} - CF$$

اشتباه SS = کل SS − تیمار SS

(Correction factor) فاکتور صحیح $CF = \frac{(\sum X)^2}{n}$

v = تعداد تیمار

r = تعداد تکرار

جهت بررسی معنی‌دار بودن آزمایش (تیمار)، از F- test استفاده می‌کنیم:

Test of significance

$$F = \frac{MS}{MS} = \frac{\text{واریانس اثر سیستماتیک}}{\text{واریانس اثر اشتباه}}$$

$$LSDp\% = tp\%\sqrt{\frac{2 \times MS}{r}}$$

$$\overline{X}_1 - \overline{X}_2 t_{p\%} sd = t_{p\%}\sqrt{\frac{2S^2}{r}}$$

فصل یازدهم

طرحهای آزمایشی تک عاملی

آزمایشهایی که در آنها فقط یک عامل یا فاکتور تغییر می‌کند و سایر عوامل ثابت نگه داشته می‌شوند، "آزمایشهای تک عاملی" (Single - Factor Experiments) نام دارند. در چنین آزمایشهایی، تیمارها فقط شامل سطوح متفاوت یک عامل متغیرند. طرحهای آزمایشی تک عاملی شامل دو گروه از طرحها هستند که به صورت ذیل تقسیم بندی می‌شوند:

۱- طرح بلوک کامل (Complete block Designs)
- طرح کامل تصادفی (Completely Randomize Design -CRD)
- طرح بلوکهای کامل تصادفی (Randomized Complete Block Design)
- طرح مربع لاتین (Latin Squar Design)

۲- طرح بلوک ناقص (Incomplete block designs)
- طرح لاتیس (Lattice Design)
  - لاتیس متعادل (Balanced lattice)
  - لاتیس متعادل جزئی (Partially Balanced lattice)
- طرح بلوک متعادل گروهی (Group Balanced Block Design)

طرح بلوک کامل، برای آزمایشهایی است که دارای تعداد تیمار کمی هستند و در این طرح در هر بلوک همه تیمارها قرار دارند. طرح بلوک ناقص برای آزمایشهایی است که دارای تیمار بسیار زیاد است و در این طرح در هر بلوک فقط تعدادی از تیمارها قرار می‌گیرد.

۱-۱۱: طرحهای بلوک کامل (Complete block design)

۱-۱-۱۱ : طرح کامل تصادفی (Completely Randomized Design)

طرح کامل تصادفی برای آزمایشهایی بکار می‌رود که در آنها واحدهای آزمایشی بطور یکنواخت هستندو نیز تیمارها کاملاً تصادفی قرار گرفته‌اند. در این گونه طرحها، تمام واحدهای آزمایشی برای دریافت هر یک از تیمارها، شانس مساوی دارند. در طرح کامل تصادفی، هر اختلافی که بین واحدهای آزمایشی دارای تیمار مشابه باشد، اشتباه آزمایش درنظر گرفته می‌شود.

مزیت این شیوه آن است که طرح کاملاً قابل انعطاف است، تعداد تکرار در تیمارها می‌تواند متفاوت باشد و روش تجزیه داده‌ها آسان است. جهت تصادفی و پیاده کردن طرح به طریق ذیل عمل می‌نمائید:

فرض کنیم که ۴ تیمار را می‌خواهیم با ۵ تکرار با روش طرح کامل تصادفی پیاده نمائیم.

ابتدا کرت یا محیط آزمایشی را به ۲۰ قسمت متفاوت تقسیم می‌کنیم و سپس محل کرتهای آزمایشی را برای هر تیمار توسط یکی از شیوه‌های جدول اعداد تصادفی یا انتخاب کرت براساس قرعه کشی یا استفاده از کارت، انتخاب می‌نمائیم.

۱ B	۲ D	۳ A	۴ C
۵ C	۶ A	۷ B	۸ D
۹ A	۱۰ C	۱۱ B	۱۲ D
۱۳ D	۱۴ C	۱۵ D	۱۶ A
۱۷ B	۱۸ B	۱۹ A	۲۰ C

تجزیه واریانس (Analysis of variance)

مشاهدات بدست آمده از یک آزمایش طرح کامل تصادفی، دارای دو منبع تغییرات می‌باشد. یکی تغییرات حاصل از تیمار و دیگری اشتباه آزمایشی. مقدار نسبی هر یک از این منابع به کاربرده می‌شودتا ببینیم آیا تفاوت موجود بین تیمارها واقعی یا شانسی است. اختلاف بین تیمارها را زمانی "واقعی" می‌گویند که تغییرات تیمارها به اندازه کافی بیشتر از اشتباه آزمایشی باشد.

برای مثال، آزمایشی را با دو واریته و سه تکرار با کمیت‌های جدول ذیل درنظر گرفته و نسبت به تجزیه واریانس اقدام می‌کنیم.

میانگین‌ها X_i	$\sum$ تیمار V_i	تکرار			تیمار
۱۲	۳۶	۱۳	۱۱	۱۲	گونه ۱
۹	۲۷	۱۰	۹	۸	گونه ۲
۱۰/۵	۶۳				

$$\overline{X} = \frac{۶۳}{۳} = ۱۰/۵$$

$$X_{ij} = \overline{X} + \alpha_i + ei_j$$

انحرافات $X_{ij} - \overline{\overline{X}} = (\overline{X_i} - \overline{\overline{X}}) + (X_{ij} - \overline{X_i})$

۱۲-۱۰/۵=+۱/۵ + ۰

۱۱-۱۰/۵=+۱/ ۵ -۱

۱۳-۱۰/۵=+۱/۵ +۱

۸-۱۰/۵=+۱/۵ -۱

۹-۱۰/۵=+۱/۵ +۰

۱۰-۱۰/۵=+۱/۵ +۱

۰

$S^۲$ جمع کل ۱۳/۵ ۴

ضریب تغییرات $CF = \frac{(\sum X)^۲}{rv} = \frac{۶۳^۲}{۳ \times ۲} = ۶۶۱/۵$

کل $SS = \sum X^۲ - CF = ۱۲^۲ + ۱۱^۲ + ... - ۱۰^۲ - CF = ۱۷/۵$

تیمار $SS = \frac{V_۱^۲ + V_۲^۲}{r} = \frac{۳۶^۲ + ۲۷^۲}{۳} - CF = ۱۳/۵$

اشتباه SS = کل SS − تیمار SS = ۱۷/۵ -۱۳/۵=۴

منابع تغییرات	SS	DF	MS	F
کل	۱۷/۵	۵		
تیمار	۱۳/۵	۱	۱۳/۵	۱۳/۵*
اشتباه	۴	۴	۱	

$$F = \frac{MS}{MS} = \frac{۱۳/۵}{۱۳/۵}$$

$$LSD = ۲/۷۸\sqrt{\frac{۲\times۱}{۳}} = ۲/۲۷$$

واریته	تولید
$\overline{X}_۱$	۱۲
$\overline{X}_۲$	۹

$$\overline{X}_۱ - \overline{X}_۲ = ۳$$

$$۳ > ۲/۲۷$$

$$LSD = ۲/۲۷$$

نتیجه

F-test نشان می‌دهد که نتیجه معنی‌دار است یا بعبارتی بین دو تیمار تفاوت معنی‌داری وجود دارد. تفاوت حقیقی بین میانگین در محصول ۳ بدست آمده است در حالیکه بزرگترین تفاوت حاصل از اشتباه تصادفی LSD = ۲/۲۷ است که کمتر از تفاوت حقیقی است و لذا از طریق LSD نیز معنی‌دار بودن تفاوت دو واریته تائید می‌گردد.

نکته ۱ – در انتهای ستون جدول صفحه قبل (جدول تجزیه واریانس) F محاسباتی را با F جدول مقایسه گردیم. در صورتیکه F محاسباتی از F جدول در سطح یک درصد بیشتر باشد، در آن صورت اختلاف بین تیمارها بسیار معنی‌دار است و دو علامت ستاره (×) روی F محاسبه شده قرار می‌دهیم و اگر از F جدول در سطح ۵ درصد بیشتر ولی از F جدول در سطح (۱ درصد) کوچکتر یا مساوی آن باشد، در آن صورت بین تیمارها اختلاف معنی‌دار وجود دارد و یک علامت ستاره (×) مطابق مثال فوق روی F قرار می‌دهیم و در صورتیکه کوچکتر یا مساوی F جدول در سطح ۵ درصد باشد، در آن صورت اختلاف بین تیمارها معنی‌دار نیست (nonsignificant).

نکته ۲- معنی‌دارنشدن آزمون F بدان معنا نیست که تیمارها مشابه‌اند و هیچگونه اختلافی بین آنها نیست، زیرا پی نبردن به اختلاف بین تیمارها به علت معنی‌دار نشدن آزمون F می‌تواند به دلیل اختلاف بسیار کم بین تیمارها یا زیاد بودن اشتباه آزمایش یا هر دو باشد. برای اطمینان از آزمایش، از CV یا ضریب تغییرات استفاده می‌شود.

ضریب تغییرات (CV) میزان دقتی را نشان می‌دهد که تیمارها در آن مقایسه شده‌اند و شاخص خوبی برای اطمینان به آزمایش است. هر قدر میزان ضریب تغییرات بیشتر باشد، اعتماد به آزمایش کمتر است. مقدار ضریب تغییرات برای خصوصیات متفاوت فرق می‌کند.

۲-۱-۱۱ - طرح بلوک کامل تصادفی RBD (Randomized Block Design)

زمانی که واحدها یا کرتهای آزمایشی یکنواخت و یکسان نباشند، فاکتور دیگری بر نتایج طرح اثر می‌گذارد. در این حالت برای از بین بردن منبع تنوع خارجی از طرح بلوکهای کاملاً تصادفی استفاده می‌شود. سطح آزمایش به بلوکهای هم اندازه تقسیم و درهر یک از آنها تمام تیمارها قرار می‌گیرند (مطابق جدول ذیل).
قرار گرفتن تیمار در هر بلوک نیز بصورت کاملا" تصادفی و مطابق جدول اعداد تصادفی یا قرعه کشی انجام می‌شود.

در مثال ذیل ۴ تیمار در ۴ تکرار در طرح بلوکهای کاملاً تصادفی ارائه شده است:

در مثال ذیل ۴ تیمار در ۴ تکرار در طرح بلوکهای کاملاً تصادفی ارائه شده است:

٪۰

درصد شوری

٪۳۰

B	A	C	D
A	B	D	C
D	A	B	C
D	D	B	A

طرح بلوکهای کاملاً تصادفی دارای این مزیت است که نسبت به طرح کاملاً تصادفی دارای دقتی بمراتب بیشتر است. در طرح بلوکهای کاملاً تصادفی نیز می‌توان تعداد تیمار و تکرارهای متفاوتی را داشت. تجزیه داده‌ها آسان بوده و داده‌های ازدست رفته (missing data) را می‌توان تخمین زد و برآورد نمود.

تجزیه واریانس

در یک طرح بلوکهای کامل تصادفی سه منبع تغییرات وجود دارد. تیمار، تکرار یا بلوک و اشتباه آزمایشی. بنابراین، منابع تغییرات در اینجا یکی بیشتر از طرح کاملاً تصادفی است که مربوط به تغییرات بین بلوکهاست.

جدول تجزیه واریانس به شرح ذیل است:

منابع تغییرات	درجه آزادی	مجموع مربعات	میانگین مربعات	F
تیمار				
تکرار				
اشتباه				
کل				

۳-۱-۱۱ : طرح مربع لاتین (Latin square Design – LSD)

در بسیاری از موارد ضرورت می‌یابد که بجای یک بلوک‌بندی، در دو جهت بلوک‌بندی داشته باشیم (بلوک‌بندی ردیفی و بلوک‌بندی ستونی). در این طرح هر تیمار فقط یک بار در ردیف و یکبار در ستون واقع می‌شود، این روش سبب می‌شود که تغییرات بین بلوکهای ردیفی و بلوکهای ستونی را تخمین زد و از اشتباه آزمایشی کم کرد. مربع لاتین موقعی می‌تواند استفاده شود که تعداد تیمار و تکرار یکسان باشد.

با توجه به این خصوصیت از طرح مربع لاتیس زمانی می‌توان استفاده کرد که تعداد تیمارها کمتر از ۴ و بیشتر از ۸ نباشد.

۱-۳-۱-۱۱ : پیاده نمودن و تصادفی کردن طرح مربع لاتین برای ۴ تیمار

چند روش برای رسم نقشه مربع لاتین وجود دارد که یکی از مناسبترین آنها به شرح‌صفحه بعدی است.

ابتدا مطابق شکل a جدول ۴×۴ را رسم می‌کنیم.

D	C	B	A
A	D	C	B
B	A	D	C
C	B	A	D

(a)

B	A	D	C
A	D	C	B
C	B	A	D
D	C	B	A

(b)

D	B	C	A
C	A	B	D
A	C	D	B
B	D	A	C

(c)

پس از رسم جدول‌ها در مربع، مرحله بعدی یعنی ردیف ستون می‌بایست بصورت تصادفی تنظیم گردد. برای اینکار از جدول اعداد تصادفی استفاده می‌گردد. برای تصادفی کردن ردیف شکل a از جدول تصادفی، چهار عدد را بدست آورده و مطابق جدول صفحه بعدی مرتب می‌کنیم:

ردیف قدیم	ردیف جدید	اعداد تصادفی
۳	۱	۵۲
۲	۲	۵۰
۴	۳	۸۲
۱	۴	۱۲

در جدول فوق ردیف ۳ قدیم در ردیف ۱ در جدول b می‌نشیند و الی آخر.

برای تصادفی کردن ستون نیز به همان گونه عمل می‌شود. به عبارتی دیگر، اعداد بدست آمده برحسب درجه، رقم یا وزنشان جایگزین ستون قبلی می‌شود.

ستون قدیم	ستون جدید	اعداد تصادفی
۳	۱	۴۸
۱	۲	۱۰
۴	۳	۷۳
۲	۴	۲۵

بدین ترتیب شکل جدول در حالت C کامل می‌شود.

تجزیه واریانس

در طرح مربع لاتین علاوه بر دو منبع تغییرات اصلی یعنی تیمار و اشتباه می‌توان اثر ردیف و ستون را نیز برآورد نمود. لذا جدول تجزیه واریانس به شرح جدول صفحه بعدی خلاصه می‌شود:

منابع تغییرات	DF	SS	MS	F
تیمار	v −۱			
ردیف	r-۱			
ستون	r-۱			
اشتباه	(r-۱)(v-۲)			
کل	rv-۱			

۲-۱۱ : مثالهایی از طرح بلوک کامل

۱-۲-۱۱: مثال برای طرح کامل تصادفی با تکرار مساوی

مثال : در یک مزرعهٔ تکثیر ماهی تعداد ۱۲ حوضچه فایبر گلاس برای بررسی رشد دافنی در ۴ شرایط متفاوت اختصاص یافت. طرح تصادفی به شرح ذیل بوده است:

r تکرار = ۳

v تیمار = ۴

A = پرورش دافنی با سویا

B = پرورش دافنی با کلرلا

C = پرورش دافنی با مخمر

D = پرورش دافنی با کود دامی

پیاده کردن طرح

B	A	D	B	D	C
D	B	A	C	A	C

نتایج حاصله (کیلوگرم بر متر مکعب)

۱۷	۳۱	۱۸	۱۷	۳۰	۱۵
۱۹	۲۵	۱۴	۲۸	۱۶	۲۱

عملکرد دافنی حاصل از استفاده از مواد غذایی متفاوت در یک آزمایش با ۳ تکرار و ۴ تیمار

تیمار	تکرار ۱	تکرار۲	تکرار ۳	جمع تیمار	میانگین تیمار
پرورش دافنی با سویا	۳۰	۲۸	۲۵	۸۳	
پرورش دافنی با کلرلا	۱۵	۱۶	۱۸	۴۹	
پرورش دافنی با مخمر	۱۷	۱۴	۱۹	۵۰	
پرورش دافنی با کود دامی	۱۷	۳۱	۲۱	۶۹	
جمع کل	۷۹	۸۹	۸۳	۲۵۱	

$$CF = \frac{(\sum X)^{۲}}{rv} = \frac{(۲۵۱)^{۲}}{۳ \times ۴} = ۵۲۵۰/۰۸$$

$$\text{کل } SS = \sum X^{۲} - CF = ۱۵^{۲} + ۳۰^{۲} + ۱۷^{۲} + \ldots ۱۹^{۲} - CF = ۴۰۰/۹۲$$

$$\text{تیمار } SS = \frac{V_{۱}^{۲} + V_{۲}^{۲} + V_{۳}^{۲} + V_{۴}^{۲}}{r} = \frac{۸۳^{۲} + ۴۹^{۲} + ۵۰^{۲} + ۶۹^{۲}}{۳} - CF = ۲۶۶/۹۲$$

$$\text{اشتباه } SS = \text{کل } SS - \text{تیمار } SS = ۱۳۴$$

منابع تغییرات	DF	SS	MS	محاسباتیF	F جدول
تیمار	۳	۲۶۲/۹۲	۸۸/۹۷	۵/۳*	۴/۷
اشتباه	۸	۱۳۴	۱۶/۷۵		
کل	۱۱	۴۰۰/۹۲			

F محاسباتی از F جدول بیشتر است پس بین تیمارها اختلاف معنی‌داری وجود دارد. منشاء اختلاف را با روش LSD بدست می‌آوریم:

$$LSD_{٪۵} = t_{٪۵}\sqrt{\frac{۲\times MSE}{r}} = ۲/۳\sqrt{\frac{۲\times ۱۶/۷۵}{۳}} = ۷/۶۸$$

$$CV = \frac{\sqrt{MSE}}{\overline{X}}\times ۱۰۰ = \sqrt{\frac{۱۶/۷۵}{۲۰/۹}}\times ۱۰۰ = ۱۹/۵۶٪$$

نوع تغذیه دافنی	میانگین عملکرد (گرم)
A	۲۷/۶۶
B	۱۶/۳۳
C	۱۶/۶۶
D	۲۳

نتیجه

پرورش دافنی با سویا بمراتب بهتر از پرورش دافنی با کلرلا و مخمر بوده است (اختلاف تیمار B و C بیشتر از میزان LSD = ۷/۶۸ بوده است) ولی با پرورش دافنی با کود دامی اختلاف معنی‌داری نشان نداد و پرورش دافنی با کلرلا، مخمر و کود دامی نسبت به هم اختلاف معنی‌داری نشان ندادند.

۲-۲-۱۱: مثال برای طرح کامل تصادفی با تکرار نامساوی

مثال: در مثال فوق اگر تعداد تیمارها مساوی نباشند، روش تجزیه واریانس همانند طرح کامل تصادفی با تکرار مساوی است و فقط در محاسبه اثر تیمار، با تغییر جزئی، در فرمول، به طریقی که در ذیل آورده شده است، نسبت به تجزیه واریانس اقدام می‌شود:

جمع تیمار	عملکرد دافنی (گرم در مترمکعب)			تیمار
۸۳	۲۵	۲۸	۳۰	پرورش دافنی با سویا
۳۱	-	۱۶	۱۵	پرورش دافنی با کلرلا
۵۰	۱۹	۱۴	۱۷	پرورش دافنی با مخمر
۴۸	-	۳۱	۱۷	پرورش دافنی با کود دامی

$$CF = \frac{(\sum X)^۲}{rv}$$

$$CF = \frac{(۲۱۲)^۲}{۱۰} = ۴۴۹۴/۴$$

$$SS_{کل} = ۳۰^۲ + ۲۸^۲ + ... + ۱۹^۲ - CF = ۳۹۱/۶$$

$$\text{تیمار } SS=\sum_{i=۱}^{i}\frac{T_i^{۲}}{r_i}-CF=\frac{۸۳^{۲}}{۳}+\frac{۳۱^{۲}}{۲}+\frac{۵۰^{۲}}{۳}+\frac{۴۸^{۲}}{۲}-CF=۴۷۶۲/۱۷-۴۴۹۴/۴=۲۶۷/۷۷$$

$$\text{اشتباه } SS=\text{کل } SS-\text{تیمار } SS=۳۹۱/۶-۲۶۷/۷۷=۱۲۳/۸۳$$

تجزیه واریانس عملکرد دافنی در شرایط متفاوت با تکرار نامساوی

$$CF=\frac{(۲۱۲)^{۲}}{۱۰}=۴۴۹۴/۴$$

$$\text{کل} SS=۳۰^{۲}+۲۸^{۲}+...+۱۹^{۲}-CF=۳۹۱/۶$$

$$\text{تیمار } SS=\sum_{i=۱}^{i}\frac{T_i^{۲}}{r_i}-CF=\frac{۸۳^{۲}}{۳}+\frac{۳۱^{۲}}{۲}+\frac{۵۰^{۲}}{۳}+\frac{۴۸^{۲}}{۲}-CF=۴۷۶۲/۱۷-۴۴۹۴/۴=۲۶۷/۷۷$$

$$\text{اشتباه } SS=\text{کل } SS-\text{تیمار } SS=۳۹۱/۶-۲۶۷/۷۷=۱۲۳/۸۳$$

تجزیه واریانس عملکرد دافنی در شرایط متفاوت با تکرار نامساوی

منابع تغییرات	DF	SS	MS	F	F جدول
تیمار	۳	۲۶۷/۷۷	۸۹/۲۶	۴/۳۲	۴/۷۶
اشتباه	۶	۱۲۳/۸۳	۲۰/۶۴		
کل	۹	۳۹۱/۶			

CV=٪۲۱/۴

۳-۲-۱۱: مثال برای طرح بلوکهای کامل تصادفی

برای شناخت موارد استفاده از طرح بلوکهای کامل تصادفی به مثال ذیل توجه فرمائید:

مثال : در آزمایشگاهی اثر سه سطح کود ازته ۱۰، ۲۰ و ۳۰ میلی‌گرم در لیتر بر رشد کلرلا بررسی شد و در هر سطح ۴ تکرار درنظر گرفته شد. با توجه به اینکه اثر نور در محیط کشت کود، یکنواخت نبوده است، لذا از طرح بلوکهای کامل تصادفی استفاده شد. ارقام بدست آمده در جدول ذیل میزان بیوماس پلانکتون را در میلی لیتر

تیمار	جدول طرح تصادفی				نتایج حاصله از آزمایش			
	تکرار = بلوک				تکرار = بلوک			
	۱	۲	۳	۴	۱	۲	۳	۴
۱	۱	۱	۳	۲	۲۳	۲۲	۲۳	۲۱
۲	۲	۳	۲	۱	۲۷	۲۱	۲۴	۲۵
۳	۳	۲	۱	۳	۲۱	۱۹	۲۰	۲۰

نشان می‌دهد.

$$CF=\frac{۲۶۶}{۱۲}=۵۸۹۶/۳۳$$

$$\text{کل } SS=۵۹۵۶/۰۰-۵۸۹۶/۳۳=۵۹/۶۷$$

$$\text{تکرار یا بلوک } SS=\frac{۷۱^۲+۶۲^۲+۶۷^۲+۶۶^۲}{۳}-CF=۱۳/۶۷$$

$$\text{تیمار } SS=\frac{۸۹^۲+۹۷^۲+۸۰^۲}{۴}-CF=۳۶/۱۷$$

$$\text{اشتباه } SS=۵۹/۶۷-۱۳-۶۷-۳۶/۱۷=۹/۸۳$$

منابع تغییرات	DF	SS	MS	F
تیمار	۲	۳۶/۱۷	۱۸/۰۸	۱۱/۰۲**
تکرار	۳	۱۳/۶۷		
اشتباه	۶	۹/۸۳	۱/۶۴	
کل	۱۱	۵۹/۶۷		

$$F=\frac{۱۸/۰۸}{۶/۱}=۱۱/۰۲$$

DF= ۲ و ۶

F جدول برای سطح ۹۹ درصد © از F محاسباتی کمتر است، لذا تیمارها دارای اختلاف معنی‌داری است. برای تعیین منشاء اختلاف، LSD را محاسبه می‌کنیم:

$$LSD=۲/۴۵\sqrt{\frac{۲\times ۱/۶۴}{۴}}=۲/۲۲$$

نتیجه

بین اثر سه سطح کود ازته بر رشد کلرلا تفاوت معنی‌داری وجود دارد ولی از لحاظ آماری بین ۱۰ و ۲۰ میلی‌گرم در لیتر کود ازته تفاوتی مشاهده نشده است.

۴-۲-۱۱: مثال برای طرح مربع لاتین

مثال: در کنار ساحل و در نزدیکی مصب رودخانه‌ای با وضعیتی نامشخص، اقدام به کشت صدف نمودیم محیط آزمایش تحت شیب زمین و شوری متفاوت آب نسبت به نزدیکی به مصب قرار داشت طرح آزمایش به صورت ذیل بوده است.

سوال = آیا منطقه را می‌توان هموژن (یکنواخت) فرض کرد.

ستون \ ردیف	۱	۲	۳	۴	۵
۱	۱	۲	۳	۴	۵
۲	۳	۵	۴	۲	۱
۳	۴	۱	۵	۳	۲
۴	۵	۳	۲	۱	۴
۵	۲	۴	۱	۵	۳

اگر میزان تولید در هر یک از سبدهای شماره های جدول قبل براساس جدول ذیل باشد

ستون \ ردیف	۱	۲	۳	۴	۵	جمع R_i
۱	۰/۹۶	۱/۱۲	۱/۵۰	۲/۰۴	۲/۲۴	۷/ ۸۶
۲	۱/۷۰	۱/۴۸	۲/۳۵	۲/۰۵	۱/۹۵	۹/۵۳
۳	۲/۱۲	۱/۹۷	۱/۶۹	۱/۷۵	۱/۹۲	۹/۴۵
۴	۱/۹۴	۱/۷۵	۱/۶۴	۱/۵۹	۱/۸۲	۸/۷۴
۵	۱/۰۰	۲/۰۶	۱/۷۰	۱/۷۶	۱/۷۶	۸/۲۸
جمع C_i	**۷/۷۲**	**۸/۳۸**	**۸/۸۸**	**۹/۱۹**	**۹/۶۹**	**۴۳/۸۶**

ابتدا میزان تولید را براساس شماره در حالیکه در ردیف ۱، فقط تولید سبدهای شماره ۱ و در ردیف ۲، تولید سبدهای شماره ۲ و به همین ترتیب تا ردیف ۵ که میزان تولید سبدهای ردیف ۵ نوشته می شود.

ردیف / ستون	۱	۲	۳	۴	۵	جمع V_i
۱	۰/۹۶	۱/۹۷	۱/۷۰	۱/۵۹	۱/۵۹	۸/۱۷
۲	۱	۱/۱۲	۱/۶۴	۲/۰۵	۱/۹۲	۷/۷۳
۳	۱/۷۰	۱/۷۵	۱/۵۰	۱/۷۵	۱/۷۶	۸/۴۶
۴	۲/۱۲	۲/۰۶	۲/۳۵	۲/۰۴	۱/۸۲	۱۰/۳۹
۵	۱/۹۴	۱/۴۸	۱/۶۹	۱/۶	۲/۲۴	۹/۱۱
جمع C_i	۷/۷۲	۸/۳۸	۸/۸۸	۹/۱۹	۶/۶۹	۴۳/۸۶

$$CF = \frac{۴۳/۸۶۲}{۲۵} = ۷۶/۹۴۸$$

کل $SS = ۷۹/۸۷۸ - ۷۶/۹۴۸ = ۲/۹۳۰$

ردیف $SS = \frac{۷/۸۶^{۲} + ۹/۵۳^{۲} + \ldots + ۸/۲۸^{۲}}{۵} - CF = ۰/۵۱۶$

ستون $SS = \frac{۷/۷۲^{۲} + ۸/۳۸_{۲} + \ldots + ۹/۶۹^{۲}}{۵} - Cf = ۰/۴۵۸$

تیمار $SS = \frac{۸/۱۷^{۲} + ۷/۷۳^{۲} + \ldots ۹/۱۱^{۲}}{۵} - CF = ۰/۸۵۵$

اشتباه $SS = ۲/۹۳۰ - ۰/۵۱۶ - ۰/۴۵۸ - ۰/۸۵۵ = ۱/۰۱$

منابع تغییرات	DF	SS	MS	F	F جدول
تیمار	۴	۰/۸۵۵	۰/۲۱۴	۲/۳۳	۵/۴۱
ردیف	۴	۰/۵۱۶	۰/۱۲۹	۱/۴۰	
ستون	۴	۰/۴۵۸	۰/۱۱۵	۱/۲۵	
اشتباه	۱۲	۱/۰۱	۰/۰۹۲		
کل	۲۴	۲/۹۳۰			

$DF = ۴/۱۲$

$$\text{تیمار } F = \frac{۰/۲۱۴}{۰/۰۹۲} = ۲/۳۳$$

محیط آزمایش نسبتاً یکنواخت است زیرا براساس F محاسبه شده، علاوه بر فقدان تفاوت بین تیمارها، میزان F ردیف و ستون نیز معنی‌دار نیست.

۳-۱۱ : طرح بلوک ناقص (Incomplete block designs)

۱-۳-۱۱ : طرح لاتیس (Lattice design)

معمولاً در صورت زیاد بودن تعداد تیمارها چون اشتباه آزمایشی با افزایش تعداد تیمارها افزایش می‌یابد، طرحهای بلوکهای کامل تصادفی و مربع لاتین کارآیی خود را از دست می‌دهد لذا، در این موارد از طرح بلوک ناقص (Incomplete block design) استفاده می‌شود. یکی از طرحهای بلوک ناقص، طرح لاتیس است. طرح بلوک ناقص طرحی است که در آن هر بلوک دارای همه تیمارها نمی‌باشند.

طرح بلوک ناقص دارای نواقصی است از جمله آنکه میزان دقت در مقایسه میانگین تیمارها یکسان نیست و مهمتر از همه تجزیه داده‌ها پیچیده است و تجزیه داده‌ها باید با برنامه‌های آماری کامپیوتری انجام پذیرد.

طرح بلوک ناقص دارای نواقصی است از جمله آنکه میزان دقت در مقایسه میانگین تیمارها یکسان نیست و مهمتر از همه تجزیه داده‌ها پیچیده است و تجزیه داده‌ها باید با برنامه‌های آماری کامپیوتری انجام پذیرد.

معمولی‌ترین طرح بلوک ناقص، طرح لاتیس است که دو نوع آن طرح لاتیس متعادل و طرح لاتیس متعادل نسبی (جزئی) در اینجا بحث می‌شود. در هر دو طرح، تعداد تیمارها باید دارای مربع کامل باشد.

۱-۱-۳-۱۱ : طرح لاتیس متعادل (Balanced lattice)

در این طرح، تعداد تیمارها (t) باید مربع کامل باشد (یعنی $t = k^{۲}$ مثل ۲۵، ۳۶، ۴۹...). اندازه بلوک (k) با جذر تعداد تیمارها برابر است و همچنین تعداد تکرارها (r) یکی بیشتر از اندازه بلوک است (r=k+1).

برای مثال به مورد ذیل توجه فرمائید:

اگر تیمار، تکرار و اندازه بلوک بقرار ذیل باشد: $t = ۹$ ، $r = ۴$ ، $k = ۳$

تصادفی کردن و پیاده نمودن طرح لاتیس متعادل به شرح ذیل است:

برای اجرای طرحی با ۹ تیمار، ۴ تکرار و ۳ بلوک، طرح اولیه بصورت ذیل است:

بلوک ۱	۱	۲	۳
بلوک ۲	۴	۵	۶
بلوک ۳	۷	۸	۹

تکرار I

۱۰	۱۱	۱۲
۱۳	۱۴	۱۵
۱۶	۱۷	۱۸

تکرار II

۱۹	۲۰	۲۱
۲۲	۲۳	۲۴
۲۵	۲۶	۲۷

تکرار III

۲۸	۲۹	۳۰
۳۱	۳۲	۳۳
۳۴	۳۵	۳۶

تکرار IV

با توجه به تعداد تیمارهایی که قرار است مورد آزمایش واقع شوند، از ضمیمه L، یک نقشه لاتیس متعادل پایه انتخاب و در جدول صفحه بعدی نشان داده شده است:

تکرار IV			تکرار III			تکرار II			تکرار I			تعداد بلوک ناقص
۸	۶	۱	۹	۵	۱	۷	۴	۱	۳	۲	۱	۱
۹	۴	۲	۷	۶	۲	۸	۵	۲	۶	۵	۴	۲
۷	۵	۳	۸	۴	۳	۹	۶	۳	۹	۸	۷	۳

تیمارها شماره های ۱ تا ۹ می باشند

با استفاده از جدول اعداد، تکرارهای نقشه تصادفی می شود.

تصادفی کردن تکرارها (نقشه قدیم)	ترتیب	اعداد تصادفی
۲	۱	۳۷۲
۱	۲	۲۱۷
۴	۳	۹۶۳
۳	۴	۴۰۴

با توجه به بزرگی اعداد تصادفی و محل قرار گرفتن آن بترتیب در ردیف، اعداد ۱ تا ۴ در ستون ۳ موقعیت تکرارها را بصورت تصادفی نشان می‌دهد.

تعداد بلوک ناقص	تکرار I			تکرار II			تکرار III			تکرار IV		
۱	۱	۴	۷	۱	۲	۳	۱	۶	۸	۱	۵	۹
۲	۲	۵	۸	۲	۵	۶	۲	۴	۹	۲	۶	۷
۳	۳	۶	۹	۳	۸	۹	۳	۵	۷	۳	۴	۸

با استفاده از روشهای تصادفی، بلوکهای ناقص داخل هر تکرار را تصادفی کرده و ترتیب بلوک جدید به صورت ذیل می‌گردد:

تعیین بلوکهای ناقص در نقشه جدید				
تعدادبلوک‌ناقص‌در نقشه پایه	تکرار I	تکرار II	تکرار III	تکرار IV
۱	۳	۲	۳	۱
۲	۲	۱	۱	۳
۳	۱	۳	۲	۲

بعد از مرحله فوق، نقشه جدید به شکل ذیل خواهد بود:

تعداد بلوک ناقص	تکرار I			تکرار II			تکرار III			تکرار IV		
۱	۳	۶	۹	۴	۵	۶	۳	۵	۷	۱	۵	۹
۲	۲	۵	۸	۱	۲	۳	۱	۶	۸	۲	۴	۸
۳	۱	۴	۷	۷	۸	۹	۲	۴	۹	۳	۶	۷

و حالا لازم است که ترتیب تیمارها داخل هر بلوک ناقص تصادفی شود که پس از این عمل، ترتیب جدید تیمارها به شرح جدول صفحه بعدی است:

تعداد بلوک ناقص	تکرار I			تکرار II			تکرار III			تکرار IV		
.	بلوک ۱	بلوک ۲	بلوک ۳	بلوک ۱	بلوک ۲	بلوک ۳	بلوک ۱	بلوک ۲	بلوک ۳	بلوک ۱	بلوک ۲	بلوک ۳
۱	۲	۳	۲	۲	۳	۳	۳	۲	۱	۱	۳	۲
۲	۳	۲	۳	۱	۲	۲	۲	۱	۲	۳	۱	۳
۳	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۲	۳	۳	۲	۱

نقشه جدید بصورت ذیل خواهد بود:

تعداد بلوک ناقص	تکرار I			تکرار II			تکرار III			تکرار IV		
۱	۹	۳	۶	۵	۴	۶	۷	۵	۳	۱	۹	۵
۲	۸	۵	۲	۳	۲	۱	۶	۸	۱	۴	۸	۳
۳	۷	۱	۴	۹	۸	۷	۲	۴	۹	۷	۲	۶

نتیجه تصادفی کردن سه مرحله تکرار، بلوک و داخل بلوک به شرح ذیل خواهد بود:

T ۹	T ۳	T ۶
T ۸	T ۵	T ۲
T ۷	T ۱	T ۴

T ۵	T ۴	T ۶
T ۳	T ۲	T ۱
T ۹	T ۸	T ۷

T ۷	T ۵	T ۳
T ۶	T ۸	T ۱
T ۲	T ۴	T ۹

T ۱	T ۹	T ۵
T ۴	T ۸	T ۳
T ۷	T ۲	T ۶

یکی از مسائل مهم در پیاده کردن طرح لاتیس متعادل آن است که هر جفت از تیمارها فقط یکبار در بلوک‌های ناقص قرار می‌گیرند.

تجزیه واریانس

در بررسی تجزیه واریانس، چهار منبع تغییرات وجود دارد که در یک طرح لاتیس لازم است محاسبه شوند که شامل تیمار، تکرار، بلوک ناقص و اشتباه آزمایشی می‌باشند. منابع تغییرات در طرح لاتیس به شرح جدول ذیل می‌باشد:

منابع تغییرات	درجه آزادی	SS	MS
تکرار	$K=۴$		
تیمار (تصحیح نشده)	$K^{۲}-۱=۱۵$		
بلوک (تصحیح نشده)	$K^{۲}-۱=۱۵$		
اشتباه داخل هر بلوک ناقص	$(K-۱)(K^{۲}-۱)=۴۵$		
تیمار (تصحیح شده)	$[(K^{۲}-۱)=۱۵\ ]$		
اشتباه موثر	$[(K-۱)(K^{۲}-۱)=۴۵$		
کل	$K^{۲}(K+۱)-۱=۷۹$		

روش محاسباتی طرح لاتیس همانطورکه بیان گردید کمی مشکل است. در جدول فوق SS کل، SS تکرار و SS تیمار (تصحیح نشده)، مطابق سایر طرحهای بلوک کامل است ولی برای بدست آوردن SS بلوک (تعدیل شده)، SS تیمار (تصحیح شده) و MS تیمار(تصحیح شده) از فرمولهای خاصی استفاده می‌شود که در این کتاب از حل دستی مسائل به دلیل وقت گیر بودن آن اجتناب شده و از سوی دیگر می‌توان حل آنرا با برنامه‌های کامپیوتری مانند Mstat انجام داد. علاوه بر این، برای اطلاعات بیشتر و حل دستی مسائل می‌توان از کتابهای طرحهای آزمایشی

(Experimental design) استفاده نمود که برخی از آنها در فهرست همین کتاب آمده است.

۲-۱-۳-۱۱ : طرح لاتیس متعادل جزئی (Partially Balanced lattice)

طرح لاتیس متعادل جزئی شبیه طرح لاتیس متعادل است فقط از نظر انتخاب تعداد تکرارها انعطاف بیشتری دارد. در یک طرح متعادل جزئی، تعداد تیمارها با مربع تعداد بلوکها برابر است $T=k^2$ و اندازه بلوک، جذر کامل تعداد تیمار است (K= T) اما تعداد تکرارها تابعی از تعداد تیمارها نیست. لذا در اینگونه طرحها، از هر تعداد تکرار استفاده می‌شود. طرح لاتیس متعادل جزئی ممکن است ۲ تکرار، ۳ تکرار، ۴ تکرار و... داشته باشد که بترتیب آنرا لاتیس ساده (Simple lattice) ، لاتیس سه گانه (Triple lattice) و لاتیس چهار گانه (Guadruplex lattice) می‌گویند.

محاسبات لاتیس متعادل جزئی از لاتیس متعادل پیچیده‌تر است. روش تصادفی کردن و پیاده نمودن طرح لاتیس متعادل جزئی همانند لاتیس متعادل است ولی در اینجا، تعداد تکرارها با هم متفاوت است. برای مثال، در یک لاتیس ساده ۳×۳ (با دو تکرار)، روش بیان شده در طرح لاتیس متعادل را بکار می‌بریم ولی فقط از دو تکرار اول استفاده می‌کنیم و در یک لاتیس سه گانه (با ۳ تکرار) سه تکرار اول طرح لاتیس متعادل استفاده می‌شود. محاسبات تجزیه واریانس طرح لاتین متعادل جزئی طولانی و وقت‌گیر است و لذا از بیان آن خودداری گردیده است.

۴-۱۱ : گروه بندی تیمارها (Grouping the treatment)

گاهی اوقات در تجزیه واریانس لازم است اثرهای تیمار بصورت گروهی بررسی شود و آزمایش در مورد تفاوت بین گروهها و داخل گروهها انجام گیرد. جدول تجزیه واریانس در این موارد به صورت جدول صفحه بعد است:

جدول تجزیه واریانس

منابع تغییرات	DF (درجه آزادی)
تیمار	v-۱
تیمار بین گروهها	g-۱
تیمار در گروه ۱	p_1-۱
تیمار در گروه ۲	p_2-۱

g = تعداد گروهها

p_i = تعداد تیمارها در گروه

v = تعداد تیمارها

تیمار بین گروهی نشاندهنده تفاوت بین گروههاست.

تیمار داخل گروهی نشاندهنده تفاوت تیمار در گروه است.

مثال کاملتر مقایسه گروهی، زمانی است که در آزمایش یک گروه و یک تیمار کنترل داشته باشیم که در این بخش از کتاب به آن می‌پردازیم.

۱-۴-۱۱: گروه بندی تیمارها و کنترل

اغلب وجود شاهد در آزمایشها برای مقایسه اثر آزمایش و موثر بودن آزمایش آورده می‌شود. جدول تجزیه واریانس به شرح ذیل است:

منابع تغییرات	DF (درجه آزادی)
تیمار	v-۱
تیمار شاهد (کنترل)	۱
سایر تیمارها	v-۲

اثر تیمار شاهد نشان می‌دهد که آیا سایر تیمارها نسبت به تیمار شاهد موثر بوده‌اند؟

اثر سایر تیمارها نشان می‌دهد که آیا در بین تیمارها تفاوت معنی‌داری وجود دارد؟

مثال : ترکیب جدیدی از مکمل غذایی را در پرورش ماهی قزل آلا در یک طرح بلوکهای کاملاً تصادفی با ۶ تیمار و ۴ تکرار مورد آزمایش قرار داده‌ایم. با فرض اینکه در جدول اطلاعات ذیل، تیمارهای ۱ و ۲ براساس مکمل غذایی قدیمی و ۳، ۴ و ۵ مکمل‌های پیشنهادی جدید و ۶ تغذیه ماهی بدون مکمل بوده باشد، اثر مکمل جدید را بررسی نمائید.

جمع تیمار	تکرار				تیمار
کل v_i	۴	۳	۲	۱	
۱۸۲/۵	۴۴/۳	۴۶/۵	۴۹/۷	۴۳/۲	۱
۱۶۸/۹	۴۵/۲	۴۰/۴	۴۳/۶	۳۹/۷	۲
۱۹۱/۶	۵۲/۱	۴۲/۵	۵۰/۷	۴۶/۳	۳
۲۲۱/۹	۶۰/۴	۵۳/۶	۴۸/۱	۵۹/۸	۴
۲۰۱/۱	۵۷/۸	۴۸/۷	۵۱/۲	۴۳/۴	۵
۹۸/۴	۳۰/۱	۱۷/۵	۲۱/۳	۲۹/۵	۶
۱۰۶۴/۶	۲۸۹/۹	۲۴۹/۲	۲۶۴/۶	۲۶۱	کل R_i(جمع تکرارها)

منابع تغییرات	DF	SS	MS	F
تیمار	۵	۲۲۷۱/۵۰	۴۵۴/۳۰	۲۳/۹۳***
تکرار	۳	۱۴۶/۷۲		
اشتباه	۱۵	۲۸۴/۷۴	۱۸/۹۸	
کل	۲۳	۲۷۰۲/۹۶		

F در سطح ۹۹/۹ درصد معنی‌دار شده است.

۵-۱۱ : جداسازی اثر تیمار شاهد و تیمارها در گروهها

۱-۵-۱۱: جداسازی اثر تیمار شاهد

$$CF=\frac{G^{۲}}{rv}=\frac{۱۰۶۴/۷^{۲}}{۴\times۶}=۴۷۲۳۲/۷۵$$

$$SS\ \text{شاهد}=\frac{V_{۶}^{۲}}{r}+\frac{(G-V_{۶})^{۲}}{r(v-۱)}-CF=\frac{۹۸/۴^{۲}}{۴}+\frac{(۱۰۶۴/۷-۹۸/۴^{۲})}{۴\times۵}-CF=۱۸۷۴/۶۸$$

SS تیمار= سایر تیمارها SS - شاهد SS = ۲۲۷۱/۵۰ - ۱۸۷۴/۶۷ = ۳۹۶/۸۳

۲-۵-۱۱: جداسازی اثر سایر تیمارها برگروه یک و گروه دو

گروه اول – مکمل قدیم

V ۱	تیمار	P_I =۲
۱۸۲/۸	۱	
۱۶۸/۹	۲	
V ۱ =۳۵۱/۷		

گروه دوم مکمل جدید

V ۲	تیمار	P_{II} =۳
۱۹۱/۶	۱	
۲۲۱/۹	۲	
۲۰۱/۱	۳	
V ۲ =۶۱۴/۸		

$$V_۱ + V_۲ = ۳۵۱/۷ + ۶۱۴/۸ = ۹۶۶/۳$$

$$CF' = \frac{(G - V_۶)^۲}{r(v-۱)} = \frac{(V_I + V_{II})}{r(v-۱)} = \frac{۹۶۶/۰^{\;۲}}{۴ \times ۵} = ۴۶۶۸۶/۷۸$$

$$\text{بین تیمارها}\ SS = \frac{V_I^۲}{rP_I} + \frac{V_{II}^۲}{rP_{II}} - CF' = \frac{۳۵۱/۷^۲}{۴\times۲} + \frac{۶۱۴/۶^۲}{۴\times۳} - CF' = ۲۵۲/۵۹$$

$$\text{داخل گروه ۱}\ SS = \frac{V_۱^۲ + V_۲^۲}{r} - \frac{V_۱^۲}{rP_I} = \frac{۱۸۲/۸^۲ + ۱۶۸/۹^۲}{۴} - \frac{۳۵۱/۷^۲}{۴\times۲} = ۲۴/۱۵$$

$$\text{داخل گروه ۲}\ SS = \frac{V_۳^۲ + V_۴^۲ + V_۵^۲}{r} - \frac{V_{II}^۲}{rP_{II}} = \frac{۱۹۱/۶^۲ + ۲۲۱/۹^۲ + ۲۰۱/۱^۲}{۴} - \frac{۶۱۴/۶^۲}{۴\times۳} = ۱۲۰/۰۹$$

جدول تجزیه واریانس

منابع تغییرات	DF	SS	MS
تیمار	۵	۲۲۷۱/۵۰	۴۵۴/۳۰
کنترل (شاهد)	۱	۱۸۷۴/۶۷	۱۸۷۴/۶۷
گروه تیمار	۴	۳۹۶/۸۳	۹۹/۲۱
تیمار بین گروهها	۱	۲۵۲/۵۹	۲۵۲/۵۹
تیمارهای داخل گروه I	۱	۲۴/۱۵	۲۴/۱۵
تیمارهای داخل گروه II	۲	۱۲۰/۰۹	۶۰/۰۴
اشتباه	۱۵	۲۸۴/۷۴	۱۸/۹۸

بررسی LSD ٪p بین تیمارها :

$$LSD_{p\%} = t_{5\%}\sqrt{\frac{۲\times MSe}{t}} = ۲/۱۳\sqrt{\frac{۲\times ۱۸/۹۸}{۴}} = ۶/۵۶$$

بدین صورت اگر مقدار اختلاف میانگین بین دو تیمارها از عدد ۶/۵۶ بزرگتر باشد، نتیجه می‌گیریم که اختلاف دو تیمار معنی‌دار است.

تیمارها	محصول $kg/m^۳$
۱	۴۵/۷۰
۲	۴۲/۵۲
۳	۴۷/۹۰
۴	۵۵/۴۷
۵	۵۰/۲۷
۶	۲۴/۶۰

بررسی LSD بین شاهد و سایر تیمارها

$$LSD_{p\%} = T_{p\%}\frac{VMS}{r(V-۱)} = ۲/۱۳\frac{۶\times ۱۸/۹۸}{۴\times(۶-۱)} = ۵/۰۹$$

میانگین محصول شاهد بطور معنی‌داری از میانگین تغذیه با مکمل کمتر است.

تیمارها	محصول ($kg/m^۳$)
تیمار شاهد	۲۴/۶۰
سایر تیمارها	۴۸/۳۱

بررسی LSD بین دو گروه تغذیه‌ای با مکمل

$$LSD = T_{p\%}\sqrt{\frac{(P_۱+P_۲)MS}{rP_۱P_۲}} = ۲/۱۳\sqrt{\frac{۱۸/۸۹(۲+۳)}{۴\times۲\times۳}} = ۴/۲۴$$

تیمارها	محصول ($kg/m^۳$)
گروه I	۴۳/۹۶
گروه II	۵۱/۲۲

مکمل جدید بمراتب موثرتر از مکمل قدیم است زیرا تفاوت میانگین دو گروه بیشتر از حداکثر تفاوت ناشی از اشتباه t اثر تصادفی است. F محاسبه شده نیز تفاوت معنی‌داری را نشان داده است.

وقتی که بیش از دو گروه مقایسه‌ای داشته باشیم و تعداد تیمارها درون گروهی متفاوت باشد، LSD از فرمول ذیل محاسبه می‌شود:

$$LSD = T_{P\cdot}\sqrt{\frac{۲(MS)}{rP}}$$

$$\overline{P} = \frac{۱}{g-۱}\left(\sum Pi - \frac{\sum P_{۱}^{۲}}{\sum P_{i}}\right)$$

$\overline{P}$ = متوسط تعداد تیمارها در گروهها

g = تعداد گروهها

P i = تعداد تیمارها در گروهها

فصل دوازدهم

طرحهای آزمایشی دو عاملی

در آزمایشهای تک عاملی فقط یک عامل با یک سطح بخصوص مورد توجه می‌باشد لذا، بقیه سطوح در آزمایش ثابت نگه داشته می‌شود ولی با توجه به اینکه عکس‌العمل موجود به هر عامل با عامل دیگر متفاوت است، لذا در این موارد باید آزمایشهایی استفاده نمود که در زمان واحد بتوان فاکتورهای متعددی را مورد آزمایش قرار داد. هنگامیکه دو یا چند فاکتور را بررسی می‌کنیم، می‌توان اثر متقابل فاکتورها را نیز سنجید. اثر متقابل زمانی مطرح است که اگر سطح یکی از عوامل یا فاکتورها تغییر کند، اثر عامل دیگر نیز تغییر می‌کند.

آزمایشهای دو فاکتوره (Two Factor Experiment) یا چند فاکتوری چندین نوع دارد که آزمایش "فاکتوریل" متداولترین آن است یعنی آزمایشی که در آن تیمارها شامل تمام ترکیبات ممکن سطوح انتخابی دو یا چند عامل باشد. آزمایشهای فاکتوریل ممکن است فاکتوریل کامل باشد یعنی تیمارها شامل همه ترکیبات ممکن سطوح عوامل متغیر باشد یا فاکتوریل ناقص باشد یعنی تیمارها شامل قسمتی از ترکیبات سطوح می‌باشد. در این کتاب فقط به نوع اول پرداخته شده و آنرا به اختصار "آزمایش فاکتوریل" می‌نامیم.

اگر در آزمایش فاکتوریل دو سطح، برای مثال دو گونه ماهی یا دو میزان ازت، مطرح باشد آنرا آزمایش فاکتوریل ۲ ۲ و اگرسه سطح مطرح باشد آنرا ۲ ۳ می‌نامند. نکته بسیار مهم آن است که اصطلاح فاکتوریل عنوان روش خاصی است که توسط آن تیمارها تشکیل می‌شوند و ربطی به طرح آزمایشی مورد استفاده ندارد. برای مثال، اگر آزمایش فاکتوریل ۲۲ در یک طرح بلوک کاملاً تصادفی باشد، در آن صورت به آن "آزمایش فاکتوریل ۲۳ در یک طرح بلوک کامل تصادفی" گویند.

در یک فاکتوریل با دو فاکتور A و B و دو سطح a_i b_j ، تعداد تیمار حاصلضرب سطوح فاکتورها $a_i \times b_j$ است.

مدل ریاضی برای طرح فاکتوریل با دو فاکتور به شرح ذیل است:

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + e_{ijk}$$

μ = میانگین کل

$A_i = \alpha_i$ =میانگین اثر سطح فاکتور

β_j = میانگین اثر سطح فاکتور

$(\alpha\beta)_{ij}$ = اثر متقابل دو فاکتور B و A

e_{ijk} = اشتباه تصادفی

تمام طرحهای تک عاملی که در صفحات قبل توضیح داده شد، برای آزمایشهای دو عاملی مناسب نیستند. در ادامه چند طرح که برای آزمایشهای دو عاملی مناسب هستند مورد بحث قرار خواهند گرفت.

۱-۱۲ : آزمایش فاکتوریل با طرح بلوک کامل تصادفی (Randomized Block Design)

در یک طرح بلوک با دو فاکتور، تمام سطوح فاکتور اول با تمام سطوح فاکتور دوم در یک بلوک یا تکرار وجود دارند. در اینجا شایان توضیح است که کلیه طرحهای بلوک کامل در آزمایشهای فاکتوریل می‌توانند بکار برده شود و ما در این کتاب مثالی از طرح بلوک کاملاً تصادفی استفاده می‌کنیم که کاربرد بیشتری دارد.

پیاده کردن طرح بلوک کامل تصادفی بـرای ٤ تکـرار (بلـوک)، ٤ سـطح a (a= ٤) و سه سطح b (b= ٣)

تکرار ۱

$a_2\ b_1$	$a_3\ b_3$	$a_2\ b_2$	$a_1\ b_3$	r=۴
$a_3\ b_2$	$a_1\ b_2$	$a_3\ b_1$	$a_4\ b_2$	a =۴
$a_2\ b_3$	$a_4\ b_1$	$a_4\ b_3$	$a_1\ b_1$	b =۳

تکرار ۲

$a_3\ b_2$	$a_3\ b_3$	$a_1\ b_1$	$a_4\ b_3$
$a_4\ b_1$	$a_2\ b_2$	$a_4\ b_2$	$a_3\ b_1$
$a_1\ b_2$	$a_2\ b_1$	$a_2\ b_3$	$a_1\ b_1$

تکرار ۳

$a_4\ b_3$	$a_3\ b_3$	$a_2\ b_2$	$a_3\ b_1$
$a_1\ b_2$	$a_4\ b_1$	$a_4\ b_2$	$a_1\ b_3$
$a_2\ b_1$	$a_3\ b_2$	$a_1\ b_1$	$a_2\ b_3$

تکرار ۴

$a_3\ b_2$	$a_1\ b_1$	$a_2\ b_3$	$a_4\ b_1$	$v = a_i \times b =$ ۱۲
$a_4\ b_2$	$a_4\ b_3$	$a_3\ b_1$	$a_3\ b_3$	$n = rv =$ ۴۸
$a_2\ b_1$	$a_2\ b_2$	$a_1\ b_2$	$a_1\ b_3$	

۱-۱-۱۲: تجزیه واریانس در طرح بلوک کامل تصادفی

تجزیه واریانس "طرح بلوک کامل تصادفی" برای دو فاکتور، همانند تجزیه **واریانس** طرح بلوک کامل تصادفی برای یک فاکتور است ولی در اینجا مجموع

مربعات تیمار به اجزای فاکتوریل تشکیل دهنده آن، یعنی اثر اصلی و اثر متقابل آنها تجزیه می‌شود.

جدول تجزیه واریانس برای طرح بلوکهای کامل تصادفی (آزمایشهای فاکتوریل)

منابع تغییرات	DF	SS	MS	F
تیمار	ab -۱			
تکرار (بلوک)	r -۱			
فاکتورA	a -۱			
فاکتورB	b -۱			
اثر متقابلB×A	(a-۱)(b-۱)			
اشتباه	(a-۱)(ab-۱)			
کل	rab -۱			

۲-۱۲ : طرح کرتهای خرد شده (Split-plot Design)

در عمل ممکن است کرت آزمایش یا بلوک برای یکی از فاکتورها، یکنواختی مناسب را نداشته باشد در حالیکه در مورد فاکتور دیگر یکنواختی نسبی وجود داشته باشد یا اثر فاکتور برای آزمایشی از اهمیت کمتری برخوردار باشد. در این حالت از طرح کرتهای خرد شده استفاده می‌شود و عمل تصادفی کردن برای یکی از فاکتورها در کرت اصلی و فاکتور دیگر در کرتهای فرعی انجام می‌شود. در طرح کرتهای خرد شده اثر تیمارهای کرت اصلی بعبارتی فاکتور کرت اصلی از دقت کمتری نسبت به طرح بلوکهای کامل تصادفی برخوردار است در حالیکه اثر فاکتور کرت فرعی و اثر متقابل آن با فاکتور کرت اصلی، دقت بیشتری نسبت به طرح بلوک‌های کامل تصادفی دارد. بنابراین، اگر در آزمایشی نیاز باشد فاکتور B نسبت به فاکتور A از دقت بیشتری برخوردار باشد، فاکتور B را در کرتهای فرعی و فاکتور A را در کرتهای اصلی قرار می‌دهیم.

۱-۲-۱۲ : نحوه تصادفی کردن و پیاده نمودن طرح

کرت اصلی

تکرار	I	II	III	IV	
۱	a_1 b_1	a_3 b_3	a_4 b_2	a_2 b_3	$r=4$
	a_1 b_2	a_3 b_2	a_4 b_1	a_2 b_2	$a=4$
	a_1 b_3	a_3 b_1	a_4 b_3	a_2 b_1	$b=3$

	a_3 b_2	a_2 b_2	a_1 b_1	a_4 b_3
۱	a_3 b_1	a_2 b_3	a_1 b_2	a_4 b_1
	a_3 b_3	a_2 b_1	a_1 b_3	a_4 b_2

	a_4 b_3	a_1 b_2	a_3 b_3	a_2 b_1
۱	a_4 b_2	a_1 b_1	a_3 b_2	a_2 b_3
	a_4 b_1	a_1 b_3	a_3 b_1	a_2 b_2

	a_2 b_2	a_4 b_1	a_1 b_3	a_3 b_1	$v=a\times b=12$
۴	a_2 b_3	a_4 b_2	a_1 b_1	a_3 b_2	$n=rv=48$
	a_2 b_1	a_4 b_3	a_1 b_2	a_3 b_3	

برای تصادفی کردن و پیاده نمودن طرح، ابتدا یک تکرار (برای مثال تکرار۱) به چهار قطعه کرت اصلی (a) تقسیم شده و سطح a بصورت تصادفی در هر کرت قرار می‌گیرد و سپس هر کرت اصلی به ۳ کرت فرعی تقسیم و تمام سطوح b در داخل آن به صورت تصادفی قرار می‌گیرد. لذا، در کرت اصلی تکرار یک، ما یک سطح

a داشته باشیم که در اینجا a ۱ است ، سطح b را داریم کـه a ۱ b ۱ و a ۱ b ۲ و a ۱ b ۳ می‌باشد. این عمل برای سایر کرتها و نیز برای تمـام تکرارهـا یـا بلوکهـا اجرا می‌شود.

۲-۲-۱۲: تجزیه واریانس در طرح کرتهای خرد شده

در طرحهای کرتهای خرد شده چون اثر دو سطح a و b از یکدیگر جدا شده لذا، تجزیه واریانس آنها هم بر مبنای جداگانه و بصورت تجزیـه کرتهـای اصـلی و بـرای فاکتور دوم، تجزیه کرتهای فرعی محاسبه می‌شود. جدول تجزیـه واریـانس کرتهـای خرد شده به شرح ذیل است:

منابع تغییرات	DF	SS	MS	F
تیمار	ab-۱			
تکرار	r-۱			
فاکتور (A) کرت اصلی	a-۱			
فاکتور (B) کرت فرعی	b-۱			
اثر متقابل A×B	(a-۱) (b-۱)			
اشتباه (a)	(r-۱) (a-۱)			
اشتباه	a(r-۱)(b-۱)			
کل	rab-۱			

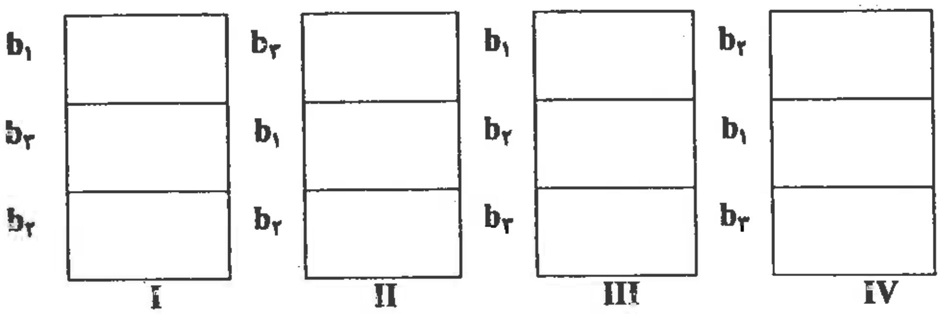
۳-۱۲ : طرح کرتهای نواری (Strip - plot Design)

در طرح نواری علاوه بر اینکه کرت بصورت نوار افقی تقسیم مـی‌شـود تـا تمـام سطوح فاکتور دوم را تشکیل دهد، کرت بصورت نوار عمودی نیز تقسیم شده تا تمام سطوح فاکتور اول را داشته باشیم. لذا، کرت متقاطع یا مشترک (Intersection plot)

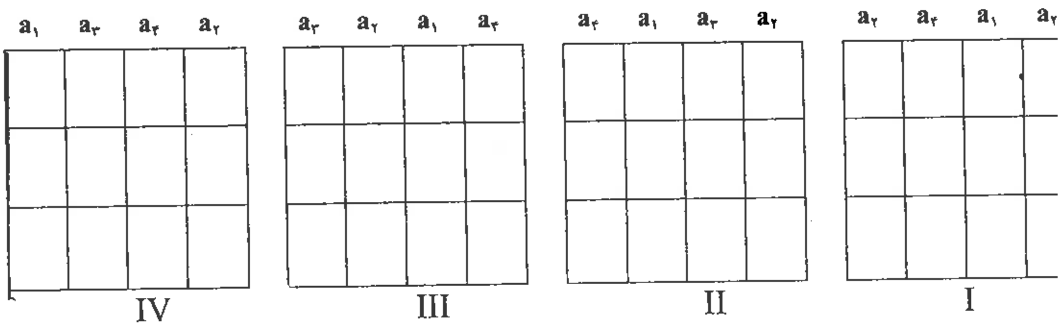
برای اثر متقابل بین دو فاکتور یا دو عامل ایجاد خواهد شد. طرح کرت‌های نواری برای آن دسته از آزمایشهای دو عاملی مناسب است که دقت مورد نظر برای اندازه‌گیری اثر متقابل بین دو عامل بیشتر از دقت اندازه‌گیری هر یک از اثرهای اصلی عاملها (فاکتورها) باشد.

۱-۳-۱۲: نحوه تصادفی کردن و پیاده کردن طرح کرتهای نواری

برای یک طرح با ٤ تکرار و فاکتور a با چهار سطح و فاکتور b با سه سطح به طریق ذیل عمل می‌کنیم. ابتدا هر کرت برای عامل b به سه سطح تقسیم و بصورت تصادفی سطوح جایگاه خود را می‌یابند.



سپس کرت را به کرت نواری عمودی به چهار قسمت تقسیم و هر قسمت بصورت تصادفی یکی از سطوح فاکتور اول را تشکیل می‌دهد.



پیاده نمودن طرح کرتهای نواری در نهایت بصورت ذیل خواهد بود:

$a_1\ b_1$	$a_3\ b_1$	$a_4\ b_1$	$a_2\ b_1$
$a_1\ b_3$	$a_3\ b_3$	$a_4\ b_3$	$a_2\ b_3$
$a_1\ b_2$	$a_3\ b_2$	$a_4\ b_2$	$a_2\ b_2$

$a_4\ b_1$	$a_2\ b_3$	$a_1\ b_3$	$a_4\ b_3$
$a_4\ b_2$	$a_2\ b_1$	$a_1\ b_1$	$a_2\ b_1$
$a_3\ b_2$	$a_2\ b_2$	$a_1\ b_2$	$a_4\ b_2$

$a_4\ b_1$	$a_1\ b_1$	$a_3\ b_1$	$a_2\ b_1$
$a_4\ b_2$	$a_1\ b_2$	$a_3\ b_2$	$a_2\ b_2$
$a_2\ b_3$	$a_1\ b_3$	$a_3\ b_3$	$a_2\ b_3$

$a_2\ b_2$	$a_4\ b_2$	$a_1\ b_2$	$a_3\ b_2$
$a_2\ b_1$	$a_4\ b_1$	$a_1\ b_1$	$a_3\ b_1$
$a_2\ b_3$	$a_4\ b_3$	$a_1\ b_3$	$a_3\ b_3$

۲-۳-۱۲ : تجزیه واریانس طرح کرتهای نواری

در تجزیه واریانس طرح نواری، همانطوریکه در شرح اینگونه طرحها بیان گردید، سه محور مطالعاتی داریم لذا، تجزیه واریانس به تجزیه فاکتور افقی، تجزیه فاکتور عمودی و تجزیه اثر متقابل تقسیم می‌شود. جدول تجزیه واریانس به شرح جدول صفحه بعدی است:

منابع تغییرات	DF	SS	MS	F
تیمار	ab -۱			
تکرار	r-۱			
فاکتور افقی (A)	a-۱			
اشتباه (a)	(r-۱)(a-۱)			
فاکتور عمودی (B)	b -۱			
اشتباه (b)	(r-۱)(b-۱)			
اثر متقابل A×B	(a-۱)(b-۱)			
اشتباه اثر متقابل (c)	(r-۱)(a-۱)(b-۱)			
کل	rab -۱			

برای استفاده بیشتر از طرحهای دو عاملی که شرح آن داده شد، یک مثال در بخشهای بعدی آورده شده و هر سه طرح، با مثال شرح داده شده است. علاوه براین، به دلیل وقت‌گیر بودن اینگونه محاسبات، پیشنهاد می‌شود برای حل اینگونه طرحها از برنامه‌های کامپیوتری آماری مثل Mstate ، Minitab ، BMDP ، SPSS و SAS استفاده شود.

۴-۱۲ : مثال برای طرحهای دو عاملی

مثال: در یک طرح با ٤ تکرار، اثر دو گونه ماهی (فاکتور A)، ٤ سیستم غذایی (فاکتور B) و ترکیب آنها ۸=٤×۲ (اثر متقابل A × B) براساس وزنشان مقایسه شده‌اند. نتایج حاصله به شرح جدول صفحه بعدی است.

جدول تجزیه واریانس برای تعیین اثرهای کلی تیمار و تکرار

ترکیب فاکتورها a_jb_j	تکرار ۱	تکرار ۲	تکرار۳	تکرار۴	V_i
$a_1\ b_1$	۲۲/۱	۲۱/۲	۱۹/۹	۲۳/۴	۸۶/۶
$a_1\ b_2$	۲۸/۹	۲۴/۶	۲۶/۹	۲۶/۴	۱۰۶/۸
$a_1\ b_3$	۲۸/۰	۲۹/۲	۲۶/۴	۲۹/۵	۱۱۳/۱
$a_1\ b_4$	۳۰/۸	۳۱/۳	۲۹/۵	۳۰/۳	۱۲۱/۹
$a_2\ b_1$	۲۰/۶	۲۲/۱	۱۷/۵	۱۸/۴	۷۶/۸
$a_2\ b_2$	۲۷/۴	۲۳/۸	۲۸/۵	۲۷/۸	۱۰۷/۵
$a_2\ b_3$	۲۲/۷	۲۸/۶	۱۹/۴	۲۳/۱	۹۳/۸
$a_2\ b_4$	۲۹/۷	۳۲/۰	۲۹/۸	۳۲/۱	۱۲۳/۶
کل R_i	۲۱۰/۲	۲۱۲/۸	۱۹۶/۱	۲/۱	۸۳۰/۱

منابع تغییرات	DF	SS	MS	F
تیمار	۷	۴۸۸/۴۱	۶۹/۷۷	۱۶/۸۷×××
تکرار	۳	۲۲/۲۰		
اشتباه	۲۱	۸۶/۸۳	۴/۱۳	
کل	۳۱	۵۹۷/۴۴		

حال محاسبه را برای هر یک از طرحها به شرح ذیل ادامه می‌دهیم:

۱-۴-۱۲ : مثال برای طرح بلوک کامل تصادفی (RBD)

از مثال فوق اثر فاکتورها و اثر متقابل آنها را از اثر کل تیمار توسط روش Anova جدا می‌کنیم.

گونه	$b_۱$	$b_۲$	$b_۳$	$b_۴$	A_i
$a_۱$	۸۶/۶	۱۰۶/۸	۱۱۳/۱	۱۲۱/۹	۴۲۸/۴
$a_۲$	۷۶/۸	۱۰۷/۵	۹۳/۸	۱۲۳/۶	۴۰۱/۷
B_j	۱۶۳/۴	۲۱۴/۳	۲۰۶/۹	۲۴۵/۵	۸۳۰/۱

$$SS_A = \frac{A_۲^۲ +_۲^۲}{rb} - CF = \frac{۴۲۸/۴^۲ + ۴۰۱/۷^۲}{۴ \times ۴} - CF = ۲۲/۲۸$$

$$SS_B = \frac{B_۱^۲ + B_۲^۲ + B_۳^۲ + B_۴^۲}{ra} - CF = \frac{۱۶۳/۴^۲ + \cdots + ۲۴۵_۲}{۴ \times ۲} - CF = ۴۲۹/۴۳$$

B×A اثر متقابل SS = تیمار $SS_t - SS_A - SS_B$=۴۸۸/۴۱ −۲۲/۲۸ − ۴۹۱/۴۳= ۳۶/۷۰

منابع تغییرات	DF	SS	MS	F
تیمار	۷	۴۸۸/۴۱	۶۹/۷۷	۱۶/۸۷***
تکرار	۳			
گونه A	۱	۲۲/۲۸	۲۲/۲۸	۵/۳۹
گونه B	۳	۴۲۹/۴۳	۱۴۳/۱۴	۳۴/۶۶***
اثر متقابل A×B	۳	۳۶/۷۰	۱۲/۲۳	۲/۹۶
اشتباه	۲۱	۸۶/۸۳	۴/۱۳	
کل	۳۱			

$$FA = \frac{۲۲/۲۸}{۴/۱۳} = ۵/۳۹ \qquad DF = ۱,۲۱ \qquad CV = \sqrt{\frac{MSE}{X}} \times ۱۰۰$$

$$FB = \frac{۱۴۳/۱۴}{۴/۱۲} = ۳۴/۶۶ \qquad DF = ۳,۲۱$$

$FAB = \frac{۱۲/۲۳}{۴/۱۳} = ۲/۹۶$ $DF = ۳.۲۱$ $CV = \sqrt{\frac{۴/۱۳}{۲۵/۹۴}} = \%۷/۸۲$

۲-۴-۱۲ : مثال برای طرح کرتهای خرد شده (Split - Plot Design)

مثال : با طرح کرتهای خرد شده می‌توان سهم اشتباه a را از کل اشتباه جدا نمود، لذا جدول اطلاعات مربوط به تمام سطوح A را تشکیل می‌دهیم. بدین ترتیب، جدول تجزیه واریانس را براساس طرح کرتهای خرد شده می‌توان تشکیل داد.

جدول برای محاسبه اشتباه a

گونه	تکرار				
	۱	۲	۳	۴	
a_1	۱۰۹/۸	۱۰۶/۳	۱۰۲/۷	۱۰۹/۶	۴۲۸/۴
a_2	۱۰۰/۴	۱۰۶/۵	۹۳/۴	۱۰۱/۴	۴۱/۷
R_k	۲۱۰/۲	۲۱۲/۸	۱۹۶/۱	۲۱۱	۸۳۰/۱

$$SS_{E_a} = \frac{a_{11}^{۲} + _{12}^{۲} + \ldots a_{22}^{۲}}{b} - CF - SSR - SSA$$

$$= \frac{۱۰۹/۸^{۲} + \ldots + ۱۰۱/۴^{۲}}{۴} - CF - ۲۲/۲۰ - ۲۲/۲۸ = ۷/۹۸$$

$$SS_{Eb} = SS_E - SS_{Ea} = ۸۶/۸۳ - ۷/۹۸ = ۷۸/۸۵$$

منابع تغییرات	DF	SS	MS	F
تیمار	۷	۴۸۸/۴۱		
تکرار	۳			
گونه (A)	۱	۲۲/۲۸	۲۲/۲۸	۸/۳۷*
اشتباه (a)	۳	۷/۹۸	۲/۶۶	
گونه (B)	۳	۴۲۹/۴۳	۱۴۳/۱۴	۳۲/۶۸**
اشتباه (b)	۱۸	۷۸/۸۵	۴/۳۸	
اثر متقابل A×B	۳	۳۶/۷۰	۱۲/۲۳	۲/۷۹ns
کل	۳۱			

فقدان اختلاف معنی‌دار = (no significant) ns

$$FA = \frac{۲۲/۲۸}{۲/۶۶} = ۸/۳۷ \qquad DF = ۱ \text{ و } ۳$$

$$F_B = \frac{۱۴۳/۱۴}{۴/۳۸} = ۳۲/۶۸ \qquad DF = ۲ \text{ و } ۱۸$$

$$F_{AB} = \frac{۱۲/۲۳}{۴/۳۸} = ۲/۷۹ \qquad DF = ۲ \text{ و } ۱۸$$

حالا دو ضریب تغییرات را برای کرت‌های اصلی و فرعی بدست می‌آوریم.

$$CV(a) = \sqrt{\frac{MS_{Ea}}{\overline{X}}} \times ۱۰۰ = \sqrt{\frac{۲/۶۶}{۲۵/۹۴}} = \%۶/۲۸$$

$$CV(b) = \sqrt{\frac{MS_{Eb}}{\overline{X}}} \times ۱۰۰ = \sqrt{\frac{۴/۳۸}{۲۵/۹۴}} = \%۸/۰۶$$

مقدار CV(a) نشان دهنده میزان دقت مربوط به فاکتور کرت اصلی است و مقدار CV(b) نشان دهنده میزان دقت فاکتور کرت فرعی و اثر متقابل آن با کرت اصلی می‌باشد. با CV های حاصله انتظار می‌رفت CV(b) کمتر از CV(a) باشد. زیرا همانطور که ذکر شد، فاکتوری که به کرت اصلی مربوط است، دارای دقت کمتری نسبت به فاکتوری است که به کرت فرعی منتسب است. با ملاحظه جدول مشاهده می‌شود که اثر فاکتور تغذیه بمراتب موثرتر از نژاد ماهی بوده و مربع میانگین تغذیه بیشتر از مربع میانگین گونه و CV_b بیشتر از CV_a بدست آمده است.

۳ - ۴ - ۱۲: مثال برای طرح کرتهای نواری (Split - Block design)

طرح کرتهای نواری مانند طرح کرتهای خرد شده است، منتهی در اینجا در تجزیه واریانس مجموع مربعات اشتباه b جدول قبل را به مجموع مربعات اشتباه b که کاملاً مربوط به b است و SS اشتباه (a+b)، تقسیم می‌کنیم.

جدول محاسبه اشتباه b به صورت ذیل است :

تکرار					
تغذیه	۱	۲	۳	۴	B_j
b_1	۴۲/۷	۴۳/۳	۳۵/۶	۴۱/۸	۱۶۳/۴
b_2	۵۶/۳	۴۸/۴	۵۵/۴	۵۴/۳	۲۱۴/۳
b_3	۵۰/۷	۵۷/۸	۴۵/۸	۵۲/۶	۲۰۶/۹
b_4	۶۰/۵	۶۳/۳	۵۹/۳	۶۲/۴	۲۴۵/۵
R_K	۲۱۰/۲	۲۱۲/۸	۱۹۶/۱	۲۱۱	۸۳۰/۱

(b) اشتباه $SS = \dfrac{b_{11}^2 + b_{12}^2 + ...b_{44}}{a} - CF - SSR - SSB$

$= \dfrac{۴۲/۷^2 + ۴۳/۳^2 + ... + ۶۲/۴^2}{۲} - CF - ۲۲/۲ - ۴۲۹/۴۳ = ۵۷/۵۳$

ab اشتباه SS=اشتباه SS-a اشتباه SS-bاشتباه SS =۸۶/۶۳−۷/۹۸−۵۷/۵۳=۲۱/۳۲

منابع تغییرات	DF	SS	MS	F
تیمار	۷	۴۸۸/۴۱		
تکرار	۳			
گونه A	۱	۲۲/۲۸	۲۲/۲۸	۸/۳۷ns
اشتباه a	۳	۷/۹۸	۲/۶۶	٠
تغذیه B	۳	۴۲۹/۴۳	۱۴۳/۱۴	۲۲/۴۰
اشتباه b	۹	۵۷/۵۳	۶/۳۹	
اثر متقابل A×B	۳	۳۶/۷۰	۱۲/۲۳	۵/۱۶ ns
اشتباه(a × b)	۹	۲۱/۳۲	۲/۳۷	
کل	۳۱			

$FA = \dfrac{۲۲/۲۸}{۲/۶۶} = ۸/۳۷$ df = ۱و۳

$FB = \dfrac{۱۴۳/۱۴}{۲/۶۶} = ۲۲/۴۰$ df = ۱و۳

$F_{AB} = \dfrac{۱۲/۲۳}{۲/۳۷} = ۵/۱۶$ df = ۱و۳

تعیین ضریب تغییرات مربوط به میانگین مربعات اشتباه
(MSE_{ab} و MSE_b , MSE_a , MSE)

$$CV(a)=\sqrt{\frac{(a)MSE_a}{\overline{X}}}\times ۱۰۰=\sqrt{\frac{۲/۶۶}{۲۵/۹۴}}\times ۱۰۰=\%۶/۲۸$$

$$CV(b)=\sqrt{\frac{(b)MSE_a}{\overline{X}}}\times ۱۰۰=\sqrt{\frac{۶/۳۹}{۲۵/۹۴}}\times ۱۰۰=\%۹/۷۴$$

$$CV(ab)=\sqrt{\frac{(ab)MSE_a}{\overline{X}}}\times ۱۰۰=\sqrt{\frac{۲/۳۷}{۲۵/۹۴}}\times ۱۰۰=\%۵/۹۳$$

۱۲-۵ : تفسیر نتایج

طرح	LSD ٪۵	وزن (gr)	گونه ماهی
طرح بلوک تصادفی	۱/۴۹۴	۲۶/۷۷	a_1
طرح کرتهای خرد شده	۱/۸۳۳	۲۵/۱۱	a_2
طرح کرتهای نواری	۱/۸۳۳	۱/۶۶	اختلاف دو میانگین

$$LSD_a(RBD)=t_{\%5}\sqrt{\frac{۲MSE_a}{rb}}=۲/۰۸\sqrt{\frac{۲(۴/۱۳)}{۱۶}}=۱/۴۹۴$$

$$LSD_a(RBD)=t_{\%5}\sqrt{\frac{۲MSE_a}{rb}}=۳/۱۸\sqrt{\frac{۲(۲/۶۶)}{۱۶}}=۱/۸۳۳$$

$$LSD_a(RBD)=t_{\%5}\sqrt{\frac{۲MSE_a}{rb}}=۳/۱۸\sqrt{\frac{۲(۴/۱۳)}{۱۶}}=۱/۸۳۳$$

تفاوت بین $a_۱$ و $a_۲$ فقط با طرح بلوک تصادفی معنی‌دار است.

همانطور که شرح داده شد، در طرح کرتهای خرد شده، بر تعیین اثر b توجه بیشتری داشتیم و اثر b برایمان مهمتر بود و برای تعیین اثر متقابل، طرح کرتهای نواری را اجرا نمودیم لذا، در دو حالت اخیر، اثر a از دقت کمتری برخوردار است.

نوع تغذیه	وزن(gr)	LSD ۵٪	طرح
b_1	۲۰/۴۲	۲/۱۱۳	طرح بلوک تصادفی
b_2	۲۶/۷۹	۲/۱۹۸	طرح کرتهای خرد شده
b_3	۲۵/۸۶	۲/۸۵۶	طرح کرتهای نواری
b_4	۳۰/۶۸		

$$LSD_b(RBD) = t_{\%5}\sqrt{\frac{۲MSE_b}{rb}} = ۲/۰۸\sqrt{\frac{۲(۴/۱۳)}{۲\times۴}} = ۲/۱۳$$

$$LSD_b(SPD) = t_{\%5}\sqrt{\frac{۲(b)MSE_b}{ra}} = ۲/۰۸\sqrt{\frac{۲(۴/۳۸)}{۲\times۴}} = ۲/۱۹۸$$

$$LSD_b(SBD) = t_{\%5}\sqrt{\frac{۲(b)MSE_b}{ra}} = ۲/۲۶\sqrt{\frac{۲(۶/۳۹)}{۲\times۴}} = ۲/۸۵۶$$

b_2 و b_3 در هیچ یک از طرحهای آزمایشی نسبت به هم تفاوت معنی‌دار را نشان ندادند. بین گونه‌های دو ماهی انتخاب شده و نوع غذا نیز اثر متقابل وجود ندارد.

فصل سیزدهم

طرحهای آزمایشی سه عاملی یا بیشتر

۱-۱۳: آزمایشهای سه عاملی (Three Factor Experiments)

آزمایشهای دو فاکتوره را می‌توان به سه فاکتوره و سه فاکتوره را به چهار فاکتوره و الی آخر گسترش داد. منتهی وقتی تعداد فاکتور زیاد می‌شود، تعداد تیمارها و اثر متقابل آنها بشدت زیاد می‌شود.

در طرحهای سه فاکتوره یا بیشتر، اطلاعاتی با ارزش است که پیرامون اثرهای متقابل بین فاکتورها بدست می‌آید، ولی هزینه اینگونه طرحها زیاد است.

با توجه به اینکه نحوه پیاده نمودن و تصادفی کردن طرحهای چند فاکتوره مشابه موارد دو فاکتوره است لذا، در این بخش از کتاب فقط به حل یک مسئله سه فاکتوره پرداخته شده تا روند حل اینگونه مسائل را داشته باشیم. همچنین پیشنهاد می‌شود کلیه طرحهای دو فاکتوره و بیشتر، از طریق رایانه و از طریق برنامه‌های مناسب طرحهای آزمایشی مذکور انجام گیرد.

۱-۱-۱۳: مثال برای طرح آزمایشی سه عاملی

جدول ذیل وزن میگو را در آکواریوم پس از ٤ هفته در سطوح متفاوت درجه حرارت (T)، تراکم میگو (D) و شوری آب آکواریوم (S) نشان می‌دهد. مطلوب است بررسی اثرهای هر یک از عوامل فوق بر رشد میگو در آکواریوم.

۲-۱-۱۳ : تجزیه واریانس برای طرح آزمایشی سه عاملی

در این حالت، مجموع مربعات تیمار به اجزاء عامل اصلی (Main effect) و اثر متقابل آنها تجزیه می‌شود.

$$SS=SSA+SSB+SSC+SS(AB)+SS(AC)+SS(BC)+SS(ABC)(ABC)$$ تیمار

درجه آزادی برای عامل اصلی برای مثال عامل A برابر (a-۱) است و برای اثر متقابل به فرض AB برابر (b-۱) (a-۱) می‌باشد و برای اثر متقابل سه عامل برابر (c-۱) (b-۱) (a-۱) برای منابع تغییرات واریانس می‌باشد. تجزیه واریانس آزمایش رشد میگو در جدول ذیل آمده است.

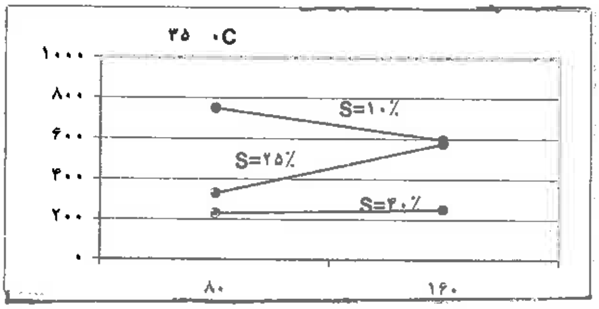
جدول تجزیه واریانس وزن بدست آمده میگو در آکواریوم (BMDP-2V)

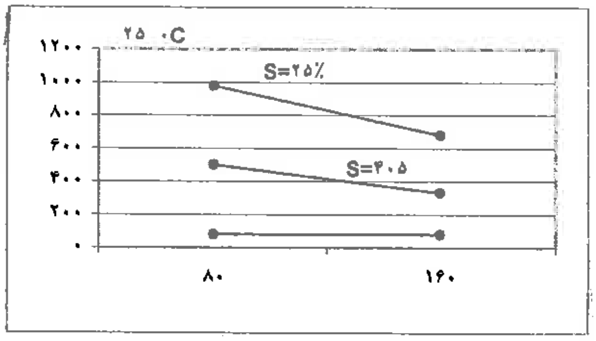
منابع تغییرات		DF	SS	Ms	F
درجه حرارت	T	۱	۱۵۲۷۶/۰۰	۱۵۲۷۶/۰۰	۵/۳۰*
شوری	S	۲	۹۶۷۶۲/۰۰	۴۸۳۸۱/۰۰	۱۶/۶۶**
تراکم	D	۱	۲۱۲۱۸/۷۷	۲۱۲۱۸/۷۷	۷/۳۱*
درجه حرارت – شوری	TS	۲	۳۰۰۸۵۵/۱۶	۱۵۰۴۲۷/۵۸	۵۱/۸۰**
درجه حرارت – تراکم	TD	۱	۸۷۱۱/۱۱	۸۷۱۱/۱۱	۳/۰۰ns
شوری – تراکم	SD	۲	۶۷۴/۳۸	۳۳۷/۱۹	۰/۱۲ns
درجه‌حرارت-تراکم-شوری	TDS	۲	۲۴۰۳۸/۳۸	۱۲۰۱۹/۱۹	۴/۱۴*
اشتباه	اشتباه	۲۴	۶۹۶۹۰/۶۶	۲۹۰۳/۷۷	
کل	کل	۱	۲۸۰۵۶۲۵/۰۰	۲۸۰۵۶۲۵/۰۰	۹۶۶/۲۰**

۳-۱-۱۳ : تفسیری مختصر در مورد اثرهای سه عاملی

واریانس اشتباه در جدول فوق مخرج کسر F محاسبه برای تمام عاملها و اثر متقابل آن می‌باشد. فرض صفر (F ۰) برای اثر متقابل TS و TSD و تمام عاملهای اصلی برحسب جدول فوق رد می‌شود. بعبارتی تمام عاملهای آزمایش شده به تنهایی و در مورد TSD , TS بر رشد میگو اثر معنی‌دار دارند.

معنی‌دار شدن اثر سه عامل باهم (TSD) مؤید آن است که اثر سه عامل درجه حرارت، شوری و تراکم بر میگو به یکدیگر بستگی دارد و نیز بیان کننده این واقعیت است که اثر دو عامل برهم در برابر عامل سوم ثابت نیست بلکه اثر دو عامل برهم در سطوح متفاوت عامل سوم متفاوت است. برای مثال، اثر متقابل تراکم و شوری در درجه حرارت ۲۵ درجه سانتیگراد متفاوت با درجه حرارت ۳۵ درجه سانتیگراد است.





در درجه حرارت ۲۵ درجه سانتیگراد رشد خیلی کمی را در شوری ۱۰ درصد داشته‌ایم و تراکم هیچ نقشی در این درجه شوری نداشته است در حالیکه در شوری ۲۵درصد و ۴۰درصد رشد سریعی وجود دارد و تراکم نیز اثر قابل توجهی بر رشد

داشته است. در ۳۵ درجه سانتیگراد در۱۰درصد، رشد بسیار زیادی مشاهده می‌شود و با افزایش تراکم، سیر نزولی در میزان رشد بدست آمده است.

جدول حل مسئله بصورت دستی بصورت ذیل است.

کل					
T × D					
T (درجه سانتیگراد)	D	S (درصد)	وزن بدست آمده (mg)	Y_{ijk}	Y_{ij}
۲۵	۸۰	۱۰	۸۶ ،۵۲ ،۷۳	۲۱۱	
۲۵		۲۵	۵۴۴ ،۳۷۱ ،۴۸۲	۱/۳۹۷	
۲۵		۴۰	۳۹۰ ،۲۹۰ ،۳۹۷	۱/۰۷۷	۲/۶۸۵
۲۵	۱۶۰	۱۰	۵۳ ،۷۳ ،۸۶	۲۱۲	
۲۵		۲۵	۳۹۳ ،۳۹۸ ،۲۰۸	۹۹۹	
۲۵		۴۰	۲۴۹ ،۲۵۶ ،۲۴۳	۷۵۷	۱/۹۶۸
۲۵	۸۰	۱۰	۴۳۹ ،۴۳۶ ،۳۴۹	۱/۲۲۴	
۲۵		۲۵	۲۴۹ ،۲۴۵ ،۳۳۰	۸۲۴	
۲۵		۴۰	۲۴۷ ،۲۷۷ ،۲۰۵	۷۲۹	۲/۷۷۷
۲۵	۱۶۰	۱۰	۳۲۴ ،۳۰۵ ،۳۶۴	۹۹۳	
۲۵		۲۵	۳۵۲ ،۲۶۷ ،۳۱۶	۹۳۵	
۲۵		۴۰	۱۸۸ ،۲۲۳ ،۲۸۱	۶۹۵	۲/۶۲۰

T × S کل ($y_{.jk.}$)					S × D کل ($y_{.jk.}$)				
S					S				
T	٪۱۰	٪۲۵	٪۴۰	$y_{i...}$	D	٪۱۰	٪۲۵	٪۴۰	$y_{.j..}$
۲۵°	۲/۳۹۶	۱/۸۳۴	۴/۶۵۳		۸۰	۲/۲۲۱	۱/۸۰۶	۵/۴۶۲	
۳۵°	۱/۷۵۹	۱/۴۲۱	۵/۳۹۷		۱۶۰	۱/۴۳۵	۱/۴۴۹	۴/۵۸۸	
$y_{..k.}$									

فرمولها و حل مسئله- با توجه به اینکه حل اینگونه مسائل بسیار وقت گیر است لذا حل دستی آن به فراگیران پیشنهاد نمی‌گردد و حل آن با برنامه‌های کامپیوتری توصیه می‌گردد ولی به منظور تکمیل این بخش از کتاب، محاسبات و حل مسئله در ضمائم در جدول ۱ ارائه شده است.

تعیین موثرترین سطح درجه حرارت، شوری و تراکم

برای تعیین بهترین شرایط برای رشد میگو در سه عامل فوق، میانگین هر یک از عوامل را در شرایط خاص باید بدست آورد و با میانگین همان عامل در همان شرایط سنجید.

برای مثال، از جدول ذیل می‌توان تاثیر درجه حرارت را ۲۵ و ۳۵ درجه سانتیگراد در ۱۰درصد شوری و تراکم ۸۰ میگو سنجید. برای اینکار از کسر ۷۰ از ۴۰۸ و مقایسه آن با LSD که طریقه محاسبه آن قبلا" شرح داده شد، موثرترین درجه حرارت ۳۵ درجه سانتیگراد نسبت به ۲۵ درجه سانتیگراد در شرایط یکسان روشن می‌شود. این مقایسه برای بررسی اثر متقابل دو عامل باهم و نیز برای اثر متقابل سه عامل با هم نیز از جداول ذیل قابل بررسی است.

جدول میانگین‌های رشد میگو در آزمایش سه عاملی

میانگین اجزاء ($y_{ijk.}$) D					
۸۰			۱۶۰		
درجه حرارت T			درجه حرارت T		
شوری	۲۵°C	۳۵°c	۲۵°c	۳۵°C	$y_{..k.}$
٪۱۰	۷۰	۴۰۸	۷۱	۳۳۱	۲۲۰
٪۲۵	۴۶۶	۲۷۵	۳۳۳	۳۱۲	۳۴۶
٪۴۰	۳۵۹	۲۴۳	۲۵۲	۲۳۱	۲۷۱
D × T ($Y_{ij..}$)	۲۹۸	۳۰۹	۲۱۹	۲۹۱	

S × D میانگین ($y_{.jk.}$) S				
D	٪۱۰	٪۲۵	٪۴۰	$y_{.j..}$
۸۰	۲۳۹	۳۷۰	۳۰۱	۳۰۳
۱۶۰	۲۰۱	۳۲۲	۲۴۲	۲۵۵

T × S میانگین ($y_{i.k}$) S				
T	٪۱۰	٪۲۵	٪۴۰	$y_{i...}$
۲۵°c	۷۱	۳۹۹	۳۰۶	۲۵۹
۳۵°c	۳۷۰	۲۹۳	۲۳۷	۳۰۰

طریقه محاسبه اشتباه معیار برای بدست آوردن LSD جهت مقایسه میانگین‌ها برای هر سطح و نیز جهت اثر متقابل متفاوت در جدول ذیل آمده است.

جدول اشتباه معیار برای میانگین عوامل اصلی و اثر متقابل برای سطوح درجه حرارت، تراکم و شوری بترتیب a = ۲, b = ۲ ، c= ۳

میانگین‌های عامل اصلی

تراکم D

$$\sqrt{\frac{MSE}{rac}} = \sqrt{\frac{۲۹۰۳/۷۸}{۱۸}} = ۱۲/۷$$

شوری S

$$\sqrt{\frac{MSE}{rbc}} = \sqrt{\frac{۲۹۰۳/۷۸}{۱۸}} = ۱۵/۶$$

درجه حرارت T

$$\sqrt{\frac{MSE}{rab}} = \sqrt{\frac{۲۹۰۳/۷۸}{۱۲}} = ۱۲/۷$$

تراکم × شوری (D × S)

$$\sqrt{\frac{MSE}{ra}} = \sqrt{\frac{۲۹۰۳/۷۸}{۶}} = ۲۲/۰$$

تراکم × درجه حرارت (S×T)

$$\sqrt{\frac{MSE}{rc}} = \sqrt{\frac{۲۹۰۳/۷۸}{۹}} = ۱۸/۰$$

میانگین اجزاء هر سطح

$$\sqrt{\frac{MSE}{r}} = \sqrt{\frac{۲۹۰۳/۷۸}{۳}} = ۳۱/۱$$

شوری × درجه حرارت (S×T)

$$\sqrt{\frac{MSE}{rb}} = \sqrt{\frac{۲۹۰۳/۷۸}{۶}} = ۲۲/۰$$

۱۳-۲: آزمایشهای رشته‌ای (Experimental series)

فنوتیپ یک موجود به فرض عملکرد تولید یک گونه، بستگی به ژنوتیپ، محیطی که درآن محصول بعمل می‌آید و اثر متقابل بین ژنوتیپ و محیط دارد($V_p=V_G+V_E$).

برای بررسی گوناگونی ژنتیکی یا برای تمایز تفاوت‌های ژنتیکی بین دو گونه لازم است که شرایط محیطی را یکسان فرض کنیم. برخی از خصوصیات محیطی را می‌توان ثابت نمود ولی برخی دیگر در اختیار ما نیست و به خصوصیات منطقه آزمایش بر می‌گردد. عوامل غیر قابل کنترل به طور عمده با تغییر فصل و منطقه تغییر می‌کنند ولی این تغییرات قابل اندازه‌گیری هستند. مناسبترین راه برای ارزیابی اثر عوامل محیطی غیر قابل کنترل، تکرار آزمایش در چندین منطقه، چندین زمان یا ارزیابی هر دو است. بنابراین، سئوال ما در طرح آزمایشها این است که آیا میانگین تولید در شرایط زمانی و مکانی متفاوت فرق دارد و آیا تیمار و محیط اثر متقابلی برهم دارند.

۱۳-۲-۱ : تجزیه واریانس طرح آزمایشهای رشته‌ای

طرح آزمایشهای رشته‌ای می‌تواند در قالب یک طرح کامل تصادفی یا طرح کرتهای خرد شده و غیره اجرا شود که در اینجا طرح بلوک کامل تصادفی مورد بررسی و تجزیه واریانس قرار می‌گیرد.

منابع تغییرات	Df
تیمار	V-۱
محل (زمان)	K-۱
تیمار × محل (زمان)	(K-۱)(V-۱)
مجموع اشتباه	Σ(Error DF)
کل	**KV-۱**

K = تعداد محل (زمان)

V = تعداد تیمارها

در مثال فوق اثر محل (زمان) همان اثر تکرار است و اثر تیمار در محل (زمان) از معادله ذیل بدست می‌آید:

SS تیمار − SS محل − SS کل = SS محل × تیمار

برای بدست آوردن اشتباه کل ما فقط کافی است که MS را بدست آوریم.

میزان MS برابر میانگین واریانس‌های آزمایشهای جزء است.

اشتباه کل $MS = S^{۲}$

اشتباه هر آزمایش $MS = S_i^{۲}$

$$S^{۲} = \frac{۱}{K}\left(\frac{S_۱^{۲}}{r_۱} + \frac{S_۲^{۲}}{r_۲} + \dots \frac{S_k^{۲}}{r_k}\right)$$

r_i = تکرار در هر آزمایش

K = تعداد آزمایشات

اشتباه کل وقتی قابلیت انجام دارد که نسبت $\frac{S_۱^{۲}}{r_۱}$ یکسان و یکنواخت باشد.

وقتی در یک آزمایش فقط میزان $LSD_{p\%}$ هر آزمایش مشخص باشد، در این صورت MS اشتباه بصورت ذیل محاسبه می‌شود:

$$LSD_{p\%} = t_{p\%}\sqrt{\frac{۲MSE}{r}}$$

$$MSE = S^{۲} = \frac{r}{۲}\left(\frac{LSD_{p\%}}{t_{p\%}}\right)$$

$$DF_E = \Sigma(DF_i E$$

۲-۲-۱۳: مثال برای آزمایشهای رشته‌ای

اطلاعات جدول ذیل طول استاندارد ماهی ازون برون را در سه سال پیاپی و در سال اول و دوم در سه صیدگاه و در سال سوم فقط در دو ایستگاه نشان می‌دهد.

صیدگاه								
تیمار	A	B	C	D	E	F	G	H
	سال اول			سال دوم			سال سوم	
۱	۸۶	۱۰۶	۹۵	۸۲	۹۸	۸۱	۱۲۱	۱۰۸
۲	۷۳	۹۱	۹۰	۶۵	۶۳	۸۰	۱۱۰	۹۶
۳	۹۵	۱۲۰	۹۸	۹۰	۸۱	۹۶	۱۳۵	۱۱۵
۴	۹۰	۱۱۰	۹۸	۹۳	۹۰	۱۰۵	۱۲۳	۱۲۰
کل	۳۴۴	۴۲۷	۳۸۱	۳۳۰	۳۳۲	۳۶۲	۴۸۹	۴۳۹
$LSD_{5\%}$	۵/۳	۶/۳	۷/۱	۸/۱	۶/۵	¼	۶/۲	۶/۸
تکرار	۶	۶	۵	۴	۶	۶	۵	۵
اشتباه DF1	۱۵	۱۵	۱۲	۹	۱۵	۱۵	۱۲	۱۲
S_i^2 = MS اشتباه	۱۸/۶	۲۶/۲	۲۶/۵	۲۵/۷	۲۷/۹	۱۱/۱	۲/۲۰	۲۴/۳

تیمار	سال ۱	سال ۲	سال۳	کل	میانگین
۱	۹۶	۸۷	۱۱۴	۲۹۷	۹۹
۲	۸۵	۶۹	۱۰۳	۲۵۷	۸۶
۳	۱۰۴	۸۹	۱۲۵	۳۱۸	۱۰۶
۴	۹۹	۹۶	۱۲۱	۳۱۶	۱۰۵
کل	۳۸۴	۳۴۱	۴۶۳	۱۱۸۸	
$LSD_{5\%}$	۸/۸	۱۷	۹/۴		۶/۶
محل	۳	۳	۲		

جدول تجزیه واریانس طول استاندارد ماهی ازون‌برون براساس سال با روش ANOVA

سال	منابع تغییرات	SS	DF	F
اول	تیمار	۶۲۷	۳	۲۰۹ ** *
	محل	۸۶۵	۲	۴۳۲/۵ ns
	تیمار × محل	۱۱۶	۶	۱۹/۳ ** *
	اشتباه کل	–	۴۲	۴/۳ ns
	کل	۱۶۰۸	۱۱	
دوم	تیمار	۱۱۸۵	۳	۳۸۶ *
	محل	۱۶۱	۲	۸۰/۵ ns
	تیمار × محل	۴۳۴	۶	۷۲/۳ ** *
	اشتباه کل	–	۳۹	۴/۳ns
	کل	۱۷۵۳	۱۱	
سوم	تیمار	۵۶۵	۳	۱۸۸/۳ns
	محل	۳۱۳	۱	۳۱۳ns
	تیمار × محل	۷۴	۳	۲۴/۷ ** *
	اشتباه کل	--	۲۴	۴/۵ ns
	کل	۹۵۲	۷	

ns = اختلاف معنی دار نیست

جدول تجزیه واریانس

منابع تغییرات	DF	SS	DF	F
تیمار	(v-۱)	۸۰۱	۳	۲۶۷ ***
سال	y-۱	۱۹۱۵	۲	۹۵۷/۵ *
سال × تیمار	(q-۱)(v-۱)	۶۸	۶	۱۱/۳
بین محل ها × تیمار	Σ(p-۱)(v-۱)	-	۱۵	۱۴/۳***
بین محل در هر سال	Σ(p-۱)	-	۵	۱۰۹/۲
اشتباه کل	Σ(DFاشتباه)	-	۱۰۵	۱/۷
کل	Yv-۱	۲۷۸۴	۱۱	
تکرار تیمارها = v تعداد محل ها = p تعداد سالها = y				
$CF=\frac{G^۲}{v\times y}=\frac{۱۱۸۸^۲}{۴\times۳}=۱۱۷۶۱۲$				

$$\text{کل } SS=۹۶^۲+...+۱۲۱^۲-CF=۲۷۸۴$$

$$\text{سال } SS=\frac{۳۸۴^۲+...+۴۶۳^۲}{۴}-CF=۱۹۱۵$$

$$\text{تیمار } SS=\frac{۲۹۷^۲+...+۳۱۶^۲}{۳}-CF=۸۰۱$$

$$\text{سال × تیمار } SS=\text{کل } SS-\text{سال } SS-\text{تیمار } SS=۶۸$$

$$\text{در سالها و بین محلها } MS=\frac{۱}{y}[\frac{MS_۱}{p_۱}+...\frac{MS_y}{p_y}]=\frac{۱}{۳}[\frac{۴۳۲/۵}{۳}+\frac{۸۰/۵}{۳}+\frac{۳۱۳}{۲}]=۱۰۹/۲$$

$$\text{بین سال × تیمار } MS=\frac{۱}{y}[\frac{(t\times p)_۱}{p_۱}+...\frac{(t\times p)_y}{p_y}]=\frac{۱}{۳}[\frac{۱۹/۳}{۳}+\frac{۷۲/۳}{۳}+\frac{۲۴/۷}{۲}]=۱۴/۳$$

$$\text{اشتباه کل } MES=S^۲=\frac{۱}{y}[\frac{S^۲_۱}{p_۱}+...\frac{S^۲_y}{p_y}]=\frac{۱}{۳}[\frac{۴/۳}{۳}+\frac{۴/۳}{۳}+\frac{۴/۵}{۲}]=۱/۷$$

نتیجه	جواب	F محاسبه شده
در هر محلی از محلهای سه گانه بین تیمارهای سالهای متفاوت، تفاوت معنی دار وجود دارد.	$\frac{۱۴/۳}{۱/۷}=۱۰/۲$***	
بین تیمارها در سالهای متفاوت تفاوت معنی دار نیست.	$\frac{۱۱/۳}{۱۴/۳}=<۱$	
تفاوت بین تیمارها بعنوان معدل ۸ آزمایشی معنی دار است.	$\frac{۲۶۷}{۱۴/۳}=۱۸/۶۷$***	
تفاوت بین سالها در هر سال وجود دارد.	$\frac{۹۵۷/۵}{۱۰۹/۲}$ ۸/۷۷*	

فصل چهاردهم

داده های از دست رفته

زمانی که در آزمایشی یک یا تعداد بیشتری از مشاهدات از دست می‌رود، روشهای عادی تجزیه واریانس از طرحهای مختلف بجز طرح CRD (طرح کامل تصادفی) نمی‌توان استفاده کرد. در چنین مواردی باید از تکنیکهای فرمول داده‌های از دست رفته یا از تکنیک های تجزیه کوواریانس استفاده کرد. در این بخش ما از دو طرح CRD و CRBD مثالهایی می‌آوریم. انچه که شایان ذکر است، متخصصین آمار معتقدند که طرح آزمایشی را بگونه‌ای باید اجرا نمود که داده از دست رفته نداشته باشیم. زیرا هم تجزیه واریانس آن مشکل است و هم وقت را پایین می‌آورد.

۱-۱۴ : مثال برای داده های از دست رفته

۱-۱-۱۴ : منال برای داده های از دست رفته در طرح CRD

اجرای این کونه طرحها بگونه‌ای است که در هر تیمار تعداد تکرار می‌تواند متغیر باشد. لذا داده از دست رفته فقط سبب کاهش تکرار در یک تیمار می‌شود.

مثال: سه سیستم تغذیه‌ای را در مورد ۱۰ ماهی امتحان کردیم. در گروه اول ۳ ماهی و در گروه دوم ۵ ماهی در طول آزمایش مردند. وزن ماهیان در جدول ذیل آمده است. می‌خواهیم بدانیم که آیا سیستم‌های تغذیه‌ای یکسان عمل نموده‌اند.

تکرار / سیستم تغذیه	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	جمع تیمار
تغذیه نوع اول	۱/۲	۱/۳	۱/۱	۱	۱/۱	۱/۲	۱/۱				۸
تغذیه نوع دوم	۱/۲	۱/۷	۱/۷	۱/۴	۱/۵						۷/۶
تغذیه نوع سوم	۱/۱	۱/۲	۱/۴	۱/۳	۱/۷	۱/۸	۱/۹	۱/۱	۱/۳	۱/۲	۱۴
											جمع کل ۲۹/۶

$$\text{کل } SS=\sum x^2-\frac{(\sum x)^2}{n}=\text{۱/۲}^{\text{۲}}+\text{۱/۳}^{\text{۲}}+\ldots\text{۱/۲}^{\text{۲}}+\frac{(\text{۲۹/۶})^{\text{۲}}}{\text{۲۲}}=\text{۱/۴}$$

$$\text{تیمار } SS=\frac{\sum T^2}{r}-CF=\frac{\text{۸}^{\text{۲}}}{\text{۷}}+\frac{\text{۷/۶}^{\text{۲}}}{\text{۵}}+\frac{\text{۱۴}^{\text{۲}}}{\text{۱۰}}-\mathrm{CF}=\text{۰/۴۷}$$

$$\text{اشتباه SS = کل SS − تیمار SS} = \text{۱/۴}-\text{۰/۴۷}=\text{۰/۹۳}$$

منابع تغییرات	SS	DF	MS	F	F جدول
تیمار	۰/۴۷	۲	۰/۲۳	۴/۶	۳/۶۲
اشتباه	۰/۹۳	۱۹	۰/۰۵		
کل	۱/۴	۲۱	۰/۰۶		

با توجه به اینکه F محاسباتی بزرگتر از F جدول است لذا، تفاوت بین سیستم‌های تغذیه‌ای وجود دارد که برای تعیین اینکه کدام سیستم موثرتر بوده به فصل مربوط به طرحهای آزمایشی می توان مراجعه کرد.

۲-۱-۱۴: مثال برای داده های از دست رفته در طرح RBD

در صورت وجود داده از دست رفته در طرح بلوک تصادفی، با ذکر مثالی مراحل را تا تجزیه واریانس دنبال نموده و چگونگی حل اینگونه مسائل و معادلات مربوطه شرح داده می‌شود.

مثال : میزان کوددهی و تاثیر آن در رشد بچه ماهی فیتوفاگ در جدول ذیل آمده است. فرض بر آن است که مقدار تیمار دوم (۷۵ کیلو کود در ماه) در تکرار دوم از دست رفته است. مراحل تجزیه واریانس به شرح ذیل است:

کل تیمار	مجموع عملکرد دو استخر			کوددهی
	تکرار سوم	تکرار دوم	تکرار اول	
۱۲۷۹	۴۲۷	۴۴۰	۴۱۲	۲۰
۸۱۵ = T_0	۳۷۹	m	۴۳۶	۴۰
۱۳۷۱	۴۴۸	۴۹۵	۴۲۸	۶۰
۱۲۹۵	۳۹۶	۴۸۳	۴۱۶	۸۰
۴۷۶۰ = G_0	۱۶۵۰	۱۴۱۸ = B_0	۱۶۹۲	کل تکرار

قدم اول: تخمین داده های از دست رفته از فرمول ذیل بدست می‌آید:

$$X = \frac{rB_0 + tT_0 - G_0}{((r-1)(t-1)}$$

X = تخمین داده از دست رفته

t= تعداد تیمارها

r = تعداد تکرارها

T_0 = جمع مقادیر تیمارهایی که شامل داده از دست رفته است.

B_0 = جمع کل مقادیر تکرارهایی که شامل داده از دست رفته است.

G_0 = جمع کل داده ها

$$X = \frac{۳(۱۴۱۸) + ۴(۸۱۵) - ۴۷۶۰}{(۳-۱)(۴-۱)} = ۴۵۹$$

قدم دوم: عدد ٤٥٩ بدست آمده را در جدول بجای m (داده از دست رفته) قرار داده و سپس با استفاده از رشوهای استاندارد که در فصل مربوطه به RBD ارائه شده، نسبت به تجزیه واریانس جدول جدید اقدام می شود.

کوددهی (کیلوگرم)	مجموع عملکرد دو استخر			کل تیمار	میانگین تیمارها
	تکرار اول	تکرار دوم	تکرار سوم		
۲۰	۴۱۲	۴۴۰	۴۲۷	۱۲۷۹	۴۲۶/۳
۴۰	۴۳۶	۴۵۹	۳۷۹	۱۲۷۴	۴۲۴/۶
۶۰	۴۲۸	۴۹۵	۴۴۸	۱۳۷۱	۴۵۷
۸۰	۴۱۶	۴۸۳	۳۹۶	۱۲۹۵	۴۳۱/۶
کل تکرار	۱۶۹۲	۱۸۷۷	۱۶۵۰	۵۲۱۹	

با محاسبه منابع تغییر جدول فوق بترتیب مقادیر SS = ۱۲۳۳۵ کل، SS = ۲۰۳۱ تیمار و SS = ۷۲۹۳/۲۵ تکرار بدست می‌آید که به دلیل داده از دست رفته لازم است تغییراتی در اجزای جدول تجزیه واریانس به شرح ذیل داده شود.

قدم سوم : از درجه آزادی اشتباه و درجه آزادی کل یکی کم می‌شود. میزان B یا عامل تصحیح از فرمول ذیل بدست آمده و آنرا از SS کل و SS تیمار کم می‌کنیم.

$$B = \frac{[B_{\circ} - (t-۱)X]^{۲}}{t(t-۱)} = \frac{[۱۴/۸ - (۴-۱)۴۵۹]}{۴(۳)} = ۳/۴$$

تیمار تصحیح شده $SS = ۲۰۳۱ - ۳/۴ = ۲۰۲۷/۶$

کل تصحیح شده $SS = ۱۲۳۳۵ - ۳/۴ = ۱۲۳۳۱/۶$

تجزیه واریانس داده‌های طرح RCB با یک مشاهده از دست رفته پس از تصحیح در پارامترهای تجزیه واریانس به شرح جدول ذیل است:

منابع تغییرات	درجه آزادی	SS	MS	F
تیمار	۳	۲۰۲۷/۶	۶۷۵/۸۶	۱/۱۲
تکرار	۲	۷۲۹۳/۲۵	۳۶۴۲/۶۲	
اشتباه	۵	۳۰۱۰/۷۵	۶۰۲/۱۵	
کل	۱۰	۱۲۳۳۱/۶		

F جدول برای درجه آزادی ۳ و ۵ برابر ۵/٤١ است که از F محاسبه شده بیشتر است لذا، F معنی‌دار نشده بعبارت دیگر، تفاوتی بین تیمارهای متفاوت مشاهده نگردید. در صورتیکه F معنی‌دار می‌شد و می‌خواستیم مقایسه میانگین‌های تیمار را انجام دهیم، به طریق ذیل اقدام می‌گردد.

قدم چهارم: برای مقایسه میانگین تیمارها، در جایی که یکی از تیمارها دارای داده از دست رفته است، فرمول LSD بدون تغییر و مشابه طرح مربوط می‌باشد.

$$LSD\alpha = t\alpha(S_{\bar{d}})$$

ولی در اینجا میزان S d با کمی تغییر از فرمول ذیل محاسبه می‌شود:

$$S_d = \sqrt{S^۲[\frac{۲}{r} + \frac{۱}{r(r-۱)(t-۱)}]}$$

$S^۲$ همان میزان MSE درجدول تجزیه واریانس، r تعداد تکرار و t تعداد تیمار می‌باشد. در مورد مثال فوق:

$$LSD\alpha = t\alpha(S_d)$$

$$S_d = ۶۰۲/۱۵[\frac{۲}{۳} + \frac{۴}{۳(۳-۱)(۴-۱)]} = ۲۳$$

$$LSD_{\%۵} = ۲/۱۴۵(۲۳) = ۴۹/۳$$

اختلاف بین بزرگترین و کمترین میانگین تیمارها برابر ۳۰/۷ است که کمتر از LSD محاسبه شده است و بدین طریق نیز ثابت گردید که تیمارها اختلاف معنی‌داری باهم ندارند.

فصل پانزدهم

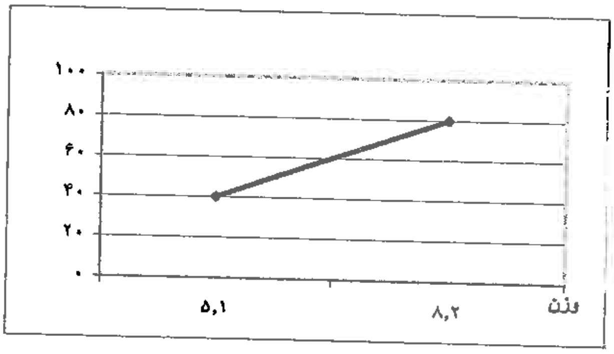
همبستگی و رگرسیون

تاکنون جوامع را بر اساس یک متغیر تعریف نمودیم حال اگر جامعه دارای دو متغیر X و Y باشد و اگر برای هر اندازه از یک متغیر X یک مقدار متناظر از یک متغیر دیگر Y داشته باشیم، سری داده‌های دوتائی بدست آمده یک جامعه دو متغیر را تشکیل می‌دهند. حال می‌خواهیم بدانیم که آیا بین دو متغیر جامعه رابطه‌ای وجود دارد و درصروت وجود، چگونه می‌توان آنرا بوسیله یک معادله بیان نمود.

۱-۱۵: همبستگی (Correlation)

همبستگی ارتباط بین دو متغیر را بررسی می‌کند. برای مثال، اندازه دور شکم ماهی و وزن پنج ماهی به شرح جدول و شکل صفحه بعدی بوده است:

شکل - رابطه دور شکم و وزن بدن ماهی

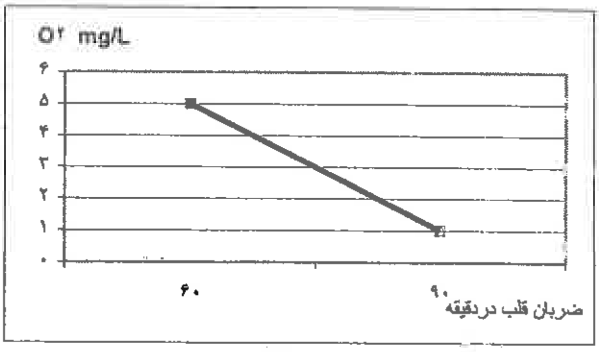


وزن ماهی	دور شکم
۸/۳	۸۰
۷/۵	۷۰
۶/۷	۶۰
۵/۹	۵۰
۵/۱	۴۰

پس از رسم نمودار جدول فوق، نمودار نشان می‌دهد که با زیاد شدن وزن ماهی، اندازه دور شکم ماهی زیاد می‌شود. حال سئوال این است که از نظر آماری تا چه حد این همبستگی وجود دارد. این درجه همبستگی را در اصطلاح "ضریب همبستگی"(Correlation Coefficient) گویند که بصورت r نمایش می‌دهند. برای محاسبه r از فرمول ذیل می‌توان استفاده نمود:

$$r = \sum \left[\frac{\left(\frac{X - \overline{X}}{S_x}\right)}{\left(\frac{Y - \overline{Y}}{S_y}\right)} \right] / n$$

در معادله فوق X و Y نماینده دو سری متغیرهای مورد مطالعه و $\overline{Y}$ و $\overline{X}$ میانگین هر یک از آنها و S_x و S_y انحراف معیار دو کمیت X و Y می‌باشند. با حل مسئله فوق ضریب همبستگی برابر ۱ می‌شود که نشان می‌دهد نخست همبستگی مثبت است یعنی هر دو متغیر در یک جهت هستند و دوم اینکه همبستگی کامل بین دو متغیر وجود دارد. مثال بعدی رابطه بین ضربان قلب و افزایش نیاز اکسیژن در نوعی ماهی است که در شکل و جدول صفحه بعدی ارائه شده است.

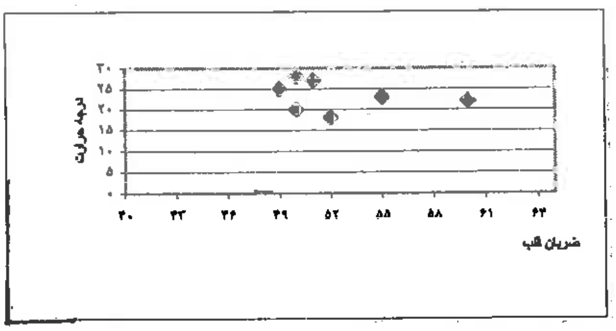


شکل ۲ :رابطه بین ضربان قلب و افزایش نیاز اکسیژن در نوع ماهی

تعداد ضربان قلب در دقیقه	اکسیژن (میلی گرم بر لیتر)
۶۰	۵
۷۰	۴
۸۰	۳
۹۰	۲
۱۰۰	۱

شکل شماره ۳ نشان می‌دهد که همبستگی بین دو سری داده وجود دارد ولی جهت آن معکوس است. در مثال فوق، مقدار r پس از محاسبه برابر ۱- می‌شود که همبستگی کامل در جهت منفی را نشان می‌دهد. در مثال سوم، رابطه بین ضربان قلب ماهی و درجه حرارت بین $۱۸-۲۸^{\circ}c$ بررسی شده است و نتایج ذیل حاصل گردیده است.

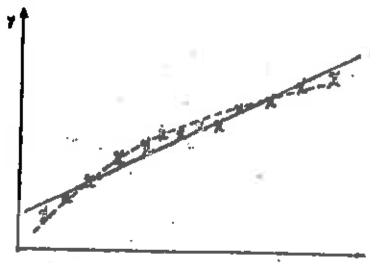
تعداد ضربان قلب در دقیقه	درجه حرارت (سانتی گراد)
۴۹	۲۵
۵۰	۲۸
۵۰	۲۰
۵۱	۲۷
۵۲	۸
۵۵	۲۳
۶۰	۲۲



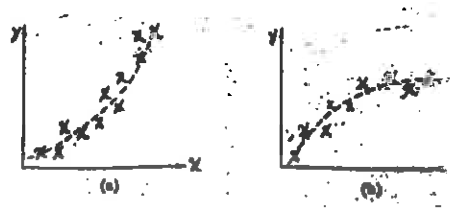
در این مثال دیده می‌شود که ضربان قلب ماهی بطور پراکنده بود و در اطراف خط مشخصی نیست و با محاسبه r عدد تقریبی نزدیک صفر بدست می‌آید که نشان می‌دهد همبستگی بسیار ضعیف است یا بعبارتی همبستگی وجود ندارد. زمانی که r=۰ باشد همبستگی هرگز وجود ندارد. مقدار عددی r بین ۱- و ۱+ قرار دارد. مقدار r را از فرمول ذیل نیز می‌توان محاسبه نمود:

$$r=\frac{n\sum xy-\sum x\sum y}{\sqrt{n\sum x^{2}-(\sum x)^{2}}\times\sqrt{n\sum y^{2}-(\sum y)^{2}}}$$

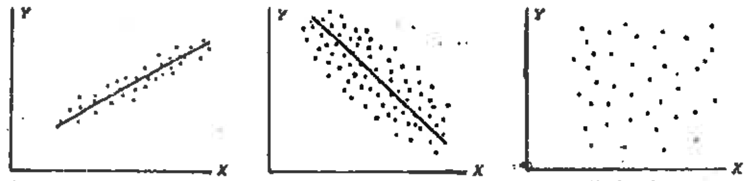
انواع نمودار همبستگی را در صفحه بعدی مشاهده می‌کنید.



Slightly curvilinear regression relation between y and x.

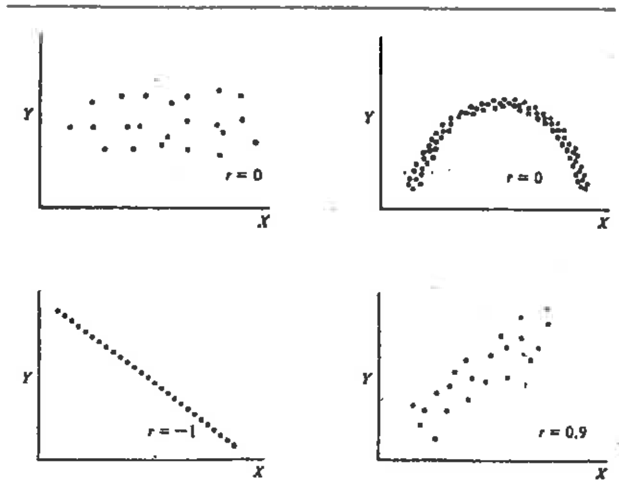


(a) Relation between x, y which leads to the regression $\log y = a + bx$; (b) relation leading to $y = a + b \log x$.



(a) Positive Linear Correlation (b) Negative Linear Correlation (c) No Correlation

Typical scatter plots for some values of r



انواع نمودار همبستگی

۱-۱-۱۵: مثال برای همبستگی

تعداد گلبولهای قرمز در ۱۰ حجم متفاوت اندازه‌گیری شده است. می‌خواهیم تعیین کنیم که آیا تعداد گلبول قرمز با حجم گلبولهای قرمز رابطه‌ای دارد یا خیر.

x	۴۰	۳۱	۳۲	۴۶	۲۸	۳۴	۳۸	۴۵	۳۳	۳۶	حجم سلول (میلیمترمکعب)
y	۶/۹	۵/۲	۴/۹	۷/۵	۴/۷	۵/۴	۵/۹	۷/۶	۴/۹	۵/۲	تعداد گلبول قرمز(میلی‌لیتر)

x	$x-\bar{x}$	y	$y-\bar{y}$
۲۸	−۸/۳	۴/۷	−۱/۱
۳۱	−۵/۳	۵/۲	−۰/۶
۳۲	−۴/۳	۴/۹	−۰/۹
۳۳	−۳/۳	۴/۹	−۰/۹
۳۴	−۲/۳	۵/۴	−۰/۴
۳۶	−۰/۳	۵/۲	−۰/۶
۳۴	۱/۷	۵/۹	+۰/۱
۴۰	۳/۷	۶/۹	+/۱/۱
۴۵	۸/۷	۷/۶	+۱/۸
۴۶	۹/۷	۷/۵	+۱/۷

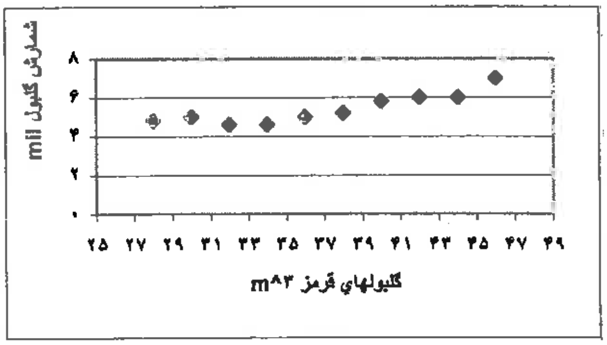
$$S_x=\sqrt{\frac{\sum(X_i-\bar{X})^۲}{N}}=\sqrt{\frac{(-۸/۳)^۲+(-۵/۳)^۲+...(۹/۷)^۲}{۱۰}}=۵/۶۴$$

$$S_y=\sqrt{\frac{\sum(y_i-\bar{y})^۲}{N}}=\sqrt{\frac{(-۱/۱)^۲+(-۰/۶)^۲+...(۱/۷)^۲}{۱۰}}=۱/۰۵$$

$$r=[\sum(\frac{x-\bar{x}}{S_x})\times(\frac{y-\bar{y}}{S_y})]/N$$

$$r=[(\frac{-۸/۳}{۵/۶۴})\times(\frac{-۱/۱}{۱/۰۵})]+[(\frac{۹/۷}{۵/۶۴})\times(\frac{۱/۷}{۱/۰۵})]/۱۰=۰/۹۵$$

ملاحظه می‌شود که رابطه بین نقاط x و y بسیار نزدیک است بعبارتی از روی حجم خون می‌توان تعداد تقریبی تعداد سلولهای قرمز خون را محاسبه نمود: حال برای داده‌های فوق نمودار پراکنش را رسم می‌کنیم.



براساس شکل مشاهده می‌شود که نقاط نمودار پراکنش تقریباً روی یک خط مستقیم قرار دارند.

۲-۱۵: رگرسیون (Regression)

در بحث قبلی رابطه همبستگی نقاطی بحث شد که نشان‌دهنده همبستگی x و yهای مختلف هستند. ولی چون در بیشتر موارد این نقاط دقیقاً روی یک خط نیستند، لازم است که معادله خطی محاسبه شود که مناسبترین مسیر برای این نقاط است. به عبارتی، معادله خط مستقیمی را که این نقاط در نزدیکترین فاصله در اطراف آن پراکنده هستند "خط رگرسیون" نامند و شیوه یافتن آن از طریق حداقل مربعات (Least square) می‌باشد. خط رگرسیون خطی است که مجموع مربعات فواصل نقاط از آن خط، حداقل باشد. با فرض سه نقطه N ,S و M در اطراف خط فرضی که در شکل درنظر گرفته شده است و با فرض اینکه فاصله عرض آنها تا خط بترتیب با n ,s

و m نشان داده شود، می‌خواهیم معادله خطی را پیدا کنیم که عبارت $m^2+n^2+s^2$ مینیمم باشد. اگر نقاط روی خط یعنی x و y با هم به گونه‌های مرتبط باشند که معادله $y=a+bx$ در مورد آن صادق باشد یا بعبارتی معادله خط بطور کلی $y=a+bx$ باشد، مقدار a در آن فاصله تقاطع خط با محور y ها تا مرکز مختصات و مقدار b مساوی با شیب خط می‌باشد.

با استفاده از قواعد ریاضی می‌توان ثابت نمود که مجموع مربعات نقاط دو طرف خط وقتی حداقل مقدار را دارد که مقادیر a و b در دو معادله ذیل صدق کند که به معادله‌های نرمال معروفند.

۱) $\sum y = na + b\sum x$

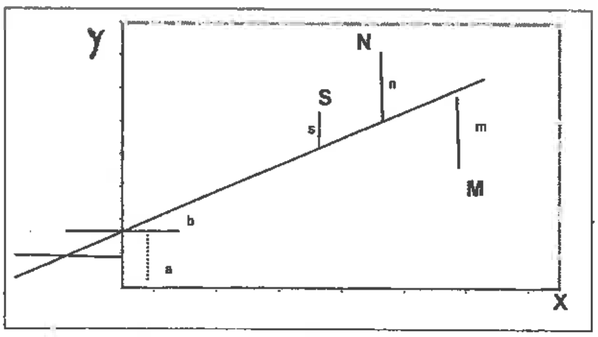
۲) $\sum xy = a\sum x \times b\sum x^۲$

پس از حل معادلات جبری فوق، مقدار $b\,y.x$ از معادله ذیل بدست می‌آید:

۳) $b = \dfrac{n\sum XY - \sum X \sum Y}{n\sum X^۲ - (\sum X)^۲}$

پس از بدست آوردن مقدار b مقدار a را در هر یک از دو معادله ۱ و ۲ می‌توان بدست آورد.

توجه : X و Y نقاط روی خط و X و Y نقاط مختلف مورد بررسی در یک تحقیق هستند که در سطح محورهای مختصات کاملاً روی یک خط قرار ندارند.



با بخش کردن صورت و مخرج فرمول فوق بر n و در نظر گرفتن $\overline{X} = \frac{\sum X}{n}$ و $Y = \frac{\sum Y}{n}$، مقدار b بدست می‌آید:

$$b = \frac{\sum XY - n\overline{X}\overline{Y}}{\sum X^2 - nX^2}$$

با بکار بردن این میزان b در معادله ۱، مقدار a بدست می‌آید:

$$\overline{Y} = a - b\overline{X}$$

یعنی خط رگرسیون همیشه از نقطه‌ای به مختصات میانگین‌های X ها و Y ها می‌گذرد.

مقدار b را در مواردیکه کمیت‌ها گروه بندی شده باشند، می‌توان از فرمول ذیل محاسبه نمود:

$$b = r\frac{S_y}{S_x}$$

S_x و S_y بترتیب انحراف معیار در گروه مقادیر X و Y می‌باشد.

تجزیه رگرسیون خطی ساده: تجزیه رگرسیون خطی ساده در باره تخمین و آزمون معنی‌دار بودن دو پارامتر a و b در معادله y=a+bx بحث می‌کند و فرض برآن است که یک رابطه خطی بین X و Y وجود دارد.

در مثال هموگلوبین، تجزیه واریانس تخمین یک رابطه خطی بین حجم سلول و تعداد گلبولهای قرمز پس از تعیین خط هدف معنی‌دار بودن این رابطه خطی است.

۱-۲-۱۵: مثال برای رگرسیون

رابطه بین حجم سلولهای قرمز خون و تعداد گلبولهای قرمز براساس جدول ذیل ارائه شده است.

پس از تعیین رابطه خط، هدف تجزیه رگرسیون و آزمون معنی‌دار بودن این رابطه خطی مورد نظر است.

حجم سلول (میلی‌مترمکعب)	X	۲۸	۳۴	۴۰	۴۶
تعداد گلبول قرمز (میلی لیتر)	Y	۴/۷	۵/۴	۶/۴	۷/۵

حل مسئله را از طریق قدم به قدم یا گام به گام ادامه می‌دهیم.

گام اول- ابتدا میانگین‌های X و Y، مجموع مربعات تصحیح شده یعنی Σx^2 و Σy^2 و سپس مجموع حاصلضرب‌های تصحیح شده را طبق جدول ذیل محاسبه می‌کنیم:

حجم سلول mm^3	تعداد سلول از m	انحراف معیار		مجذور انحرافات		حاصل ضرب انحرافات
X	Y	X	y	X^2	y^2	
۲۸	۴/۷	۹-	۱/۳-	۸۱	۱/۶۹	۱۱/۷
۳۴	۵/۴	۳-	۰/۶-	۹	۰/۳۶	۱/۸
۴۰	۶/۴	۳+	۰/۴+	۹	۰/۱۶	۱/۲
۴۶	۷/۵	۹+	۱/۵+	۸۱	۲/۲۵	۱۳/۵
۱۴۸	۲۴	جمع	جمع	۱۸۰	۴/۴۶	۲۸/۲
۳۷	۶	۰	۰	میانگین		

$$\overline{X} = \frac{\sum X}{n}$$

$$\overline{Y} = \frac{\sum Y}{n}$$

$$\sum x^2 = \sum i = 1(X_i - \overline{X})^2$$

$$\sum y^2 = \sum i = 1(Y_i - \overline{Y})^2$$

$$\sum xy = \sum i = 1(X_i - \overline{X})(Y_i - \overline{Y})$$

گام دوم: محاسبه پارامترهای رگرسیون a و b از طریق معادلات ذیل:

$$b = \frac{\sum xy}{\sum x^{۲}}$$

$$\overline{Y} = a - b\overline{X}$$

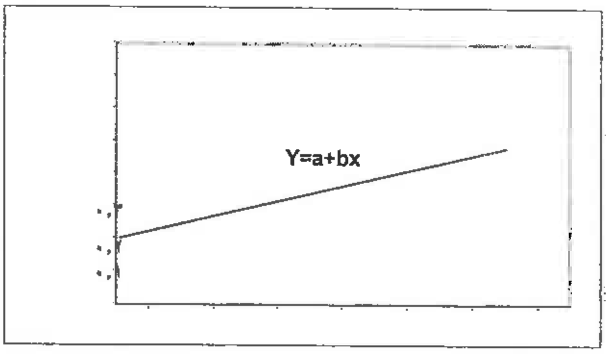
$$\mathrm{b} = \frac{۲۸/۲}{۱۸۰} = ۰/۱۵۶ \cong ۰/۱۶$$

$$\mathrm{a} = \mathrm{s} - (۰/۱۵\mathrm{S})۳۷ = ۰/۲۲۸ \cong ۰/۲۳$$

$$\mathrm{y} = ۰/۲۳ + ۰/۱۶\mathrm{x}$$

شایان ذکر است که a و b محاسبه شده در حقیقت تخمین α و β پارامترهای رگرسیون است و معادله بدست آمده، معادله رگرسیون تخمین زده شده می‌باشد

گام سوم : رسم معادله رگرسیونی تخمین زده شده در محور مختصات.



y=a+bx

گام چهارم: معنی‌دار بودن ضریب زاویه تخمین زده شده را بررسی می‌کنیم. بعبارتی می‌خواهیم بدانیم که خط رگرسیون که دارای β شیب است، این شیب براساس خطای معمول ظاهر گشته یا معنی‌دار است ؟

ابتدا میانگین مربعات باقیمانده را بدست می‌آوریم.

$$S_{y.x}^{۲} = \frac{[\sum y - \frac{(\sum xy)^{۲}}{\sum x^{۲}}]}{n-۲}$$

مقادیر صورت کسر در جدول ارائه شده در قدم اول آورده شده اند.

$$S_{y.x}^{۲} = \frac{[۴/۴۶ - \frac{(۲۸/۲)^{۲}}{۱۸۰}]}{۴-۲} = ۰/۰۲$$

در مرحله دوم، مقدار t_b با توجه به محاسبه میانگین مربعات باقیمانده در مرحله قبل از طریق فرمول ذیل بدست می‌آید:

$$t_b = \frac{b}{\sqrt{\frac{S_{y.x}^{۲}}{\sum X^{۲}}}}$$

$$t_b = \frac{۰/۱۶}{\frac{۰/۰۲}{۱۸۰}} = \frac{۰/۱۶}{۱۰} = ۱۶$$

در مرحله سوم، مقدار t_b محاسبه شده را با t جدول (جدول ضمیمه) یا درجه آزادی n-۲ مقایسه می‌کنیم. t جدول با درجه آزادی ۲ = (n-۲)در سطح ۵ درصد برابر ٤/۳۰۳ می‌باشد که از t_b محاسبه شده کمتر است لذا، رابطه خطی مثال فوق در سطح ۵ درصد معنی دار می‌باشد.

گام پنجم: تعیین حدود اطمینان برای β که براساس فرمول ذیل بدست می‌آید (Confidence Interval).

حدود اطمینان برای β به شرح ذیل است:

$$C.I. = b + t\alpha \sqrt{\frac{S^{۲}_{y.x}}{\sum x^{۲}}}$$

$$C.I(\%۹۵) = ۰/۱۶ \pm ۴/۳۰۳\sqrt{\frac{۰/۰۲}{۱۸۰}} = ۰/۱۶ \pm ۰/۰۴ = ۰/۲ \text{ و } ۰/۱۲$$

و بعبارتی به احتمال ۹۵ درصد انتظار می‌رود که به ازای هر یک میلی لیتر خون در دامنه بین ۲۸ تا ۴۶ میلی‌لیتر، میزان افزایش سلول در خون ۰/۱ تا ۰/۱ میلیون باشد.

گام ششم- در این مرحله آزمون فرض را برای α انجام می‌دهیم.

در مرحله اول میزان t_α را بدست می‌آوریم:

$$t_\alpha = \frac{a - a_{۰}}{\sqrt{S^{۲}_{y.x}[\frac{۱}{n} + \frac{x^{۲}}{\sum x^{۲}}]}}$$

$$t_\alpha = \frac{۰/۲۳ - ۰/۱۳}{\sqrt{۰/۰۲[\frac{۱}{۴} + \frac{۳۷^{۲}}{۱۸۰}]}}$$

$$t_\alpha = \frac{۰/۱}{\sqrt{۰/۱۵۷}} = \frac{۰/۱}{۰/۴} = ۰/۲۵$$

در مرحله بعدی t_α را با t جدول مقایسه می‌کنیم. در این مثال با توجه به اینکه مقدار a بسیار کوچک بود و نیازی به بررسی α نبود، علاوه بر این برای حل مسئله میزان α را با میزان کمتر آن بررسی می‌کنیم تا مشخص شود اختلاف معنی‌داری از ۰/۱۳ تعداد گلبول هنگامی که حجم کمی از گلبول را بررسی می‌نماییم نیز وجود دارد یا خیر. میزان t جدول برای درجه آزادی ۲ و در سطح ۵ درصد برابر ٤/۳۰۳ می‌شود که بسیار بیشتر از t_α محاسباتی دارد و بنابراین مقدار α اختلاف معنی داری از ۰/۱۳ میلیون سلول در واحد حجم ندارد.

۲-۲-۱۵ – تجزیه کورولاسیون خطی ساده

تجزیه کورولاسیون خطی ساده برای تخمین و آزمون معنی‌دار بودن ضریب کورولاسیون خطی ساده (Y) که شامل مقدار درجه همبستگی خطی بین دو متغیر X و Y است بکار می‌رود. برای تخمین و آزمون معنی‌دار بودن ضریب کورولاسیون خطی ساده بین دو متغیر X و Y به شرح ذیل عمل می‌کنیم:

گام اول – تعیین ضریب کورولاسیون خطی ساده با استفاده از معادله ذیل:

$$r = \frac{\sum xy}{\sqrt{(\sum x^۲)(\sum y^۲)}}$$

با توجه به اینکه مقادیر خواسته شده در صورت و مخرج معادله قبلاً محاسبه شده است، لذا :

$$r = \frac{۲۸/۲}{(۱۸۰)(۴/۴۶)} = \frac{۲۸/۲۰}{۲۸/۳۳} = ۰/۹۹$$

گام دوم: مقایسه r محاسبه شده با r جدول (جدول ضـمیمه) بـرای درجـه آزادی (۲) جهت بررسی معنـی‌دار ۹ بـودن ضـریب کورلاسـیون. r جـدول بـرای سـطح ۵ درصد برابر ۹۵ درصد می‌باشد و لذا چون از r محاسبه شده کمتر است لذا، ضریب کورولاسیون خطی ساده معنی‌دار است.

ضمیمه ۱

سوالات تمرینی

سؤالات سری اول

سؤال ۱- برای توزیع فراوانی ذیل

حدود دسته	فراوانیها
۶-۱۲	۳
۱۲-۱۸	۱۰
۱۸-۲۴	۱۰
۲۴-۳۰	۱۲
۳۰-۳۶	۷
۳۶-۴۲	۳

تا دو رقم اعشار: میانگین حسابی، نما، میانه، میانگین هندسی، انحراف معیار، میانگین انحرافات را محاسبه نمائید.

سؤال ۲- در یک استخر تخم‌ریزی کپور تعداد ۱۴ ماهی وجود دارد که وزن متوسط آنها ۴/۳ کیلوگرم است. با علم به اینکه میانگین وزن ماهیان ماده ۵/۵ کیلو و ماهیان نر ۳/۴ کیلوگرم بوده است. تعداد ماهیان نر به چه نسبت ماهیان ماده به استخر معرفی شده است.

سؤال ۳- تولید بچه ماهی قزل آلا طی سالهای ۱۳۶۳ تا ۱۳۷۰ در معاونت تکثیر و پرورش شیلات ایران به شرح ذیل بوده است.

سال	بچه ماهی (به هزار)
۶۳	۵۷۰
۶۴	۱۸۰۴
۶۵	۱۵۶۵
۶۶	۳۰۱۲
۶۷	۵۰
۶۸	۴۲۳۰
۶۹	۲۳۳۹
۷۰	۱۹۲۴

مطلوب است تعیین میانگین حسابی و هندسی، میانگین کوادراتیک - میانگین هارمونیک - میانه- نما - میانگین انحرافات - واریانس تعداد بچه ماهیان طی هشت سال از سال ۱۳۶۳ تا ۱۳۷۱.

سؤال ۴- موارد خواسته شده را برای ماهیان سفید، خاویاری - کپور نیز بدست آورید.

سؤال ۵- میانگین یک سری ۲۰ عددی برابر ٤/٣ و مجذورات آنها برابر ٤٠٠ می‌باشد - انحرافات معیار سری را بدست آورید.

سؤال ۶- برای یک سری N عددی از متغیر X می‌دانیم که $\sum X^{2} = ۱۲۰۰$ و $\sum n = ۱۰۰$ و $S^{2} = ۲۰۰$ مطلوب است تعیین N در جمعیت فوق.

سؤالات سری دوم

سؤال ۱- متوسط وزن در یک استخر بچه ماهی ۱۷ گرم است اگر انحراف معیار ۱/٦۵ گرم باشد و وزن بچه ماهیان بصورت نرمال توزیع شده باشد، چند درصد از تمام آنها بین ۱۷ گرم تا ۱۸ گرم وزن دارند.

سؤال ۲- پس از صید ماهیان یک مزرعه که وزن متوسط آنها ۳/۸ کیلوگرم بوده است و دارای توزیع نرمال بوده‌اند ۱۵ درصد آنها کوچک ۵۵ درصد متوسط، ۲۵ درصد بزرگ و ۵ درصد خیلی بزرگ محسوب می‌شوند. اگر انحراف معیار ۰/۸ کیلو باشد،حدودبالا وپایین برای اندازه ماهیانی را تعیین نمایید که اندازه متوسط داشته‌اند.

سؤال ۳- با اندازه‌گیری نوعی ماهی دریایی اندازه استاندارد طول بدن ۵ درصد آنها کمتر از ۵/۲۲ سانتیمتر و اندازه ۷ درصد آنها بین ۵۲/۲ و ۵۹/۳ سانتیمتر است. میانگین و انحراف معیار توزیع طول در نمونه صید شده را با فرض توزیع نرمال این صفت تعیین نمایند.

سؤال ۴- میانگین یک توزیع نرمال برابر ۳۲ می‌باشد. اگر ۷۱/۵ درصد داده‌های این توزیع از ۳۵/٥ کمتر باشد، انحراف معیار توزیع را تعیین نمایند.

سؤال ۵- مزرعه‌داری می‌خواهد متوسط وزن ماهیان خود را برآورد نماید اگر حدود اطمینان ۹۹ درصد با عرض ۱۰۰ گرم مورد نظر باشد و با فرض اینکه انحراف معیار نیز ۱۰۰ گرم باشد، تعداد نمونه چقدر است. در صورتیکه ضریب اطمینان به ۰/۹۵ کاهش یابد، اندازه نمونه چقدر خواهد شد؟

سؤال ۶- از ماهیان مزرعه‌ای می‌خواهیم نمونه‌برداری نمائیم و درصد بیماری را نسبت به انگلی برآورد نمائیم. از اطلاعات گذشته هیچ برآوردی از p در دسترس نیست و امکان انتخاب نمونه آزمایشی و مراجعه مجدد وجود ندارد در صورتیکه حدود اطمینان ۰/۹۵ مورد نظر باشد و $d = ۰/۰٤$ فرض شود، اندازه نمونه مورد نیاز را تعیین نمائید.

سؤالات سری سوم

سؤال ۱– در بررسی ۱۵ نمونه میانگین ۲٦ بدست آمده است. انحراف معیار نمونه ۲ است. آیا می‌توان فرض نمود که در سطح ۵ درصد میانگین جامعه ۳۰ است.

سؤال ۲– دو گونه ماهی از لحاظ رشد باهم مقایسه شده‌اند.

گونه اول	۱۴۰	۱۲۵	۱۳۳	۱۲۰		
گونه دوم	۱۳۶	۱۳۵	۱۳۴	۱۳۵	۱۲۵	۱۳۰

آیا گونه دوم که دارای میانگین بیشتر نسبت به گونه اول دارای رشد بهتری است.

سؤال ۳– از ۳۰ ماهی،میانگین طولی۴۲/۵ و انحراف‌معیار۲/۵ دارای‌رشدبهتری است. حدود اطمینان ۹۵ درصد میانگین جامعه را تعیین نمائید.

سؤال ۴– در یک آزمایش مقایسه دو گونه ماهی که در ۱۸ جفت حوضچه فایبرگلاس انجام گرفت. میانگین تفاوت محصول بین دو گونه ۲۰ گرم و اشتباه معیار میانگین تفاوت ۵/۳ بوده است مطلوب است.

الف– با حدوداطمینان ۹۸درصدمیانگین‌تفاوت‌محصول دو گونه ماهی را تعیین نمائید.

ب – با استفاده از جواب قسمت "الف" وجود تفاوت معنی‌دار در محصول دو گونه در سطح ۵ درصد را بررسی نمائید.

سؤال ۵– تخمک لقاح یافته یک ماهی کپور را در دوسری انکوباتور به میزان ٤۰ ml در هر انکوباتور ریخته شد. درجه حرارت انکوباسیون سری اول ۲۲ درجه سانتیگراد و سری دوم ۱۹ درجه سانتیگراد بوده است. مطلوب است تعیین اثر درجه حرارت بر تفریخ تخم .

درصد میزان تفریخ

انکوباتورهای‌سری‌اول (۲۲°C)	۸۰	۷۹	۸۸	۸۷	۸۹	۶۳	۸۵	۸۲	۷۵
انکوباتورهای‌سری‌دوم (۱۹°C)	۸۱	۸۳	۷۸	۷۰	۹۱	۶۵	۷۳	۷۶	۷۵

سؤالات سری چهارم

سؤال ۱- از یک نمونه ۱۲ تایی انحراف معیار ۸/۱۳ و از ۱٦ تای دیگر ٤/۲۵ بدست آمده است. آیا می‌توانیم این نمونه‌ها را دارای واریانس مشابه فرض کنیم؟

سؤال ۲- انحراف معیار جامعه‌ای که از نمونه ۷ تایی بدست آمده درست سه واحد بزرگتر از بهترین برآورد انحراف معیار حاصل از نمونه ١٤ تایی دیگر می‌باشد. کوچکترین مقدار بهترین برآورد انحراف معیار را برای آنکه واریانس‌ها بتوانند در سطح ۵ درصد همگن یا مشابه تلقی شوند تعیین نمائید.

سؤال ۳- ۲۸ ماهی یک مزرعه از نوعی انگل رنج می‌برند. برای آزمون اثر دارو ۱۲ ماهی تحت تاثیر دوز ضعیف قرار گرفته و بقیه با دوز قوی دارو مورد درمان قرار گرفته‌اند نتیجه بدست آمده به شرح ذیل است :

	بهبود یافته	بهبود نیافته
درمان با دوز ضعیف	۱۰	۲
درمان با دوز کامل	۸	۸

آیا بین دو دوز درمانی تفاوتی وجود دارد؟

سؤال ۴- در اواخر زمستان، ماهیان آمور به بیماریهای باکتریایی بسیار حساس هستند. در مزرعه‌ای جهت درمان بیماری باکتریایی قبل از رهاسازی بچه ماهیان مریض به استخر پرورشی از چهارنوع‌آنتی‌بیوتیک‌استفاده‌شد و نتایج زیر بدست آمد:

نوع درمان	تعداد ماهی مریض	درصد بهبودی
گروه شاهد	۵۵	٤۸
مداوا با تتراسیکلین	۷۳	۵۸
مداوا با آمپی سیلین	۳۷	۵٤
مداوا با فورازولیدون	٤۳	۵۱
مداوا با کلرامفنیکل	٤٦	۳۹

آیا روشهای مختلف معالجه، اختلاف معنی‌داری از نظر موفقیت درمان دارند یا خیر؟

سؤالات سری پنجم

سؤال ۱- عملکرد تولید بچه ماهی در ۲۴ حوضچه فایبرگلاس با ۵ سیستم غذایی متفاوت به شرح جدول زیل است.

کدام سیستم غذایی پاسخ بهتری به تولید داده است؟

B=۵۳	D=۵۱	A=۵۲	C=۴۸	E=۵۲
A=۵۳	D=۵۹	C=۵۷	E=۶۰	B=۴۵
C=۴۷	A=۵۰	E=۴۸	C=۴۷	B=۴۸
C=۴۲	B=۴۳	D=۴۱	E=۴۰	A=۴۵

سؤال ۲- نقشه یک طرح آزمایشی بصورت ذیل ارائه گردیده است. طرح دارای ٦ تیمار و ٤ تکرار است تیمارهای مورد نظر واریته‌های متفاوت ماهی کپور پرورشی است. بهترین گونه پرورشی را تعیین نمائید.

طرح آزمایشی

C	E	B	B	F	F	A	E
F	A	A	A	C	D	E	C
B	C	D	B	E	F	D	D

نتایج

۲۵۱	۳۱۲	۲۸۲	۳۱۱	۲۳۴	۲۶۷	۲۱۷	۳۰۱
۲۹۴	۲۴۵	۲۶۰	۲۷۲	۲۶۳	۲۱۲	۳۳۳	۲۴۱
۲۸۸	۲۴۸	۲۲۸	۲۶۱	۲۸۹	۲۵۶	۲۴۸	۲۰۲

سؤال ۳- در پرورش صدف در کنار ساحل نتایج ذیل حاصل شد. طرح برچه اساسی پیشنهاد شده است و چه نتیجه‌ای می‌توان از آن گرفت؟

۱۲/۱(D)	۱۴(A)	۱۷(B)	۱۴/۲ (C)
۱۱/۸(A)	۱۲/۹(B)	۱۵/۷(C)	۱۴/۳(D)
۸/۲(C)	۱۱/۸(D)	۱۶/۶(A)	۱۶/۶(B)
۱۰/۱(B)	۷(C)	۱۵/۶(D)	۱۶/۵(A)

سؤالات سری ششم

سؤال ۱- درجدول **ذیل** میزان اکسیژن در لیتر آب در درجه حرارت T سانتی گراد توسط کارآموزی اندازه‌گیری شد.

O mg/L	۱۰/۱	۸	۶/۲	۴
T(°C)	۴	۵/۵	۷/۳	۱۰/۳

الف - معادله خط رگرسیون را برای پیشگویی مقدار O را پیدا کنید.

ب - این معادله را برای برآورد میزان اکسیژن زمانی که $T = ۲^{oc}$ است پیدا نمائید.

سؤال ۲- در داده‌های زیر X سن بچه ماهی برحسب ماه و y میانگین وزن آنها بر حسب گرم است.

X=	۱	۲	۳	۴	۵	۶
Y=	۱	۳	۸	۱۵	۳۵	۵۳

الف - معادله خط رگرسیون y نسبت به x را پیدا کنید.

ب - تجزیه رگرسیون خط مورد نظر را محاسبه کنید.

ج - تجزیه کورلاسیون نقاط را بدست آورید.

سؤال ۳- اثر کود ازتی برعملکرد و وزن ماهی در یک استخر پرورشی مورد آزمایش قرار گرفت. نتایج آزمایش در جدول ذیل ارائه شده است، لذا با توجه به وجود رابطه مثبت بین تولید ماهی و کوددهی استخر، مطلوب است.

۱- رابط یا معادله ریاضی خط را بدست آوردید.

۲- تجزیه رگرسیون خط را محاسبه کنید.

۳- تجزیه کورلاسیون نقاط را محاسبه کنید.

میزان ازت X	عملکرد تولید به کیلو Y
۰ شاهد	۴۲۳۰
۵۰	۵۴۴۲
۱۰۰	۶۶۶۱
۱۵۰	۷۱۵۰

سؤالات سری هفتم

سؤال ۱- یک موسسه تحقیقاتی هفت مرکز را جهت پرورش بچه ماهی انتخاب نمود تا بررسی نماید که آیا واریته وارداتی محصول بهتری نسبت به واریته بومی می‌دهند. نتایج بدست آمده از مراکز به شرح ذیل است.

واریته A	۴۷	۴۴	۶۲	۶۳	۴۶	۳۵	۵۹
واریته B	۴۵	۴۱	۵۸	۶۰	۴۲	۳۲	۵۷

آیا مقایسه دو واریته در مراکز مختلف روش مناسبی بوده است، چرا ؟

میانگین دو واریته و انحراف معیار را محاسبه فرمائید و آیا واریته وارداتی بهتر از بومی است.

سؤال دوم - در بررسی بیماری ماهی فیتوفاگ و آمور به یک بیماری انگلی تعداد ۱٦ قطعه از هر یک مورد آزمایش قرار گرفت و نتایج ذیل حاصل شد.

فیتوفاگ آمور

سؤال سوم - اثر سه سطح هورمون ۱۰ mg/L، ۲۰ mg/L و ۳۰ mg/L در چهار محیط متفاوت روی صدف لب سیاه جهت تحریک تخم‌ریزی آزمایش شد و نتایج ذیل بدست آمد. محقق مایل است بداند که آیا صدفها نسبت به هورمونها واکنش مثبت نشان می‌دهند یا خیر. محل آزمایشهای هورمونی بصورت تصادفی برای هر سطح هورمون انتخاب شده است.

کدام تیمار اثر بهتری بر صدفها داشته است؟

سطوح هورمون / محل آزمایش	۱	۲	۳
محیط ۱	۴/۷	۹/۴	۶/۳
محیط ۲	۳/۵	۷/۶	۵/۱
محیط ۳	۰/۱	۵/۳	۱/۸
محیط ۴	۱/۶	۶/۲	۳/۶

سؤال چهارم - در هر یک از موارد ذیل میزان شیب‌خط یا ضریب زاویه خط حداقل مربعات (Least Squar) را محاسبه نمائید.

a) اگر ۲۰ = x و ۱۰ = y و یا ۱۰ = x و ۵ = y باشد.

b) $\sum(X-\overline{X})^{۲}=۵$ و $\sum(Y-\overline{Y})^{۲}=۱۰$ و $\sum(X-\overline{X})(Y-\overline{Y})=۳۰$

c) $Y=۳+۱۵X$

d) ضریب زاویه خطی که از میانگین با مختصات ۱۳ = X و ۱۰ = y از مرکز مختصات می‌گذرد.

سؤال ۵- یک مزرعه‌دار ماهی معتقد است که بین اندازه دور شکم ماهی و تعداد تخم در یک ماهی آکواریومی رابطه مستقیمی وجود دارد. داده‌های مرحله اول آزمایش به شرح ذیل بوده است.

دور شکم X	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸
تعداد تخم Y	۵۰	۶۰	۷۰	۱۰۰	۱۲۰

a) بررسی نمائید آیا این همبستگی وجود دارد یا خیر و در صورت وجود، میزان آن چقدر است؟

b) فرمول ریاضی خط را بدست آورده و حد اشتباه را مشخص فرمائید.

سؤال ۶- محققی مدعی است که وزن جامعه ماهی دریای مازندران از سال گذشته نسبت به سال جاری تغییر نموده است و برای ادعای خود از بیش از ۱۰۰۰ ماهی در سال گذشته و نیز سال جاری نمونه‌برداری نموده است. میانگین وزن ماهیان مشخص نیست ولی انحراف معیار ماهیان سال گذشته ۴/۱۲ و سال جاری ۴/۶۵ بوده است. نظر خود را در مورد این تحقیق بنویسید.

سؤال ۷- درصد تلفات ماهی مزرعه دارای ۷/۸ درصد بوده است. او پس از تغییر جیره غذایی اقدام به نمونه‌گیری کرده است و درصد تلفات را ٦/٢ و انحراف معیار را ١/٤ ثبت نمود. آیا جیره غذایی در کاهش تلفات موثر بوده است.

سؤال ۸- می‌خواهیم اثر ٤ نوع غذا را بر رشد ماهی دریک منطقه ساحلی بررسی کنیم. ضمن اینکه احتمال می‌دهیم اثر شوری، باد، اکسیژن بر راندمان تولید موثر است. طراحی مناسبی در این خصوص ارائه دهید (با سه تکرار).

سؤال ۹- در آزمایشی دو گروه میگو بیمار لکه آبی مورد مداوای مالاشیت گرین با دوز ppm ۱۵ و ppm ۳ قرار گرفتند. گروه اول ۱۰۰ قطعه میگو و گروه دوم ۵۰ قطعه بوده است. از گروه اول ۷۰ درصد و از گروه دوم ۳۲ درصد مداوا شدند. اثر کدام دوز مالاشیت موثر بوده است؟

سؤالات سری هشتم

سؤال ۱- در دو مزرعه جداگانه و درهر یک در ۵ استخر با خصوصیات یکسان اقدام به کشت و پرورش ماهی کپور نمودیم. وزن اولیه بچه ماهیان و میزان غذای روزانه برای تمام استخرها یکسان بوده است. پس از یکماه تفاوت وزن بچه ماهیان به شرح ذیل بوده است.

مزرعه اول	۲۵	۳۲	۳۹	۲۶	۴۲
مزرعه دوم	۲۷	۴۱	۵۰	۲۸	۴۹

آیا اثر دو محیط متفاوت بر رشد بچه ماهیان اثر یکسان داشته است ؟

سؤال ۲- از یک گله ماهی که تعداد آن ۱۰۰۱ عدد بوده است، اقدام به اندازه‌گیری شعاع باله پشتی نمودیم. در گروه اول انحراف معیار ۵/۰۹ و دومی ۵/۹۰ بدست آمد. با توجه به اینکه میانگین جامعه و پارامترهای دیگر در دست نیست آیا می‌توان نسبت به یکسانی و تفاوت دو جامعه نظر داد؟

سؤال ۳- چهار نوع دو رگه استروژن برای پرورش مورد آزمایش قرار گرفت. هر دورگه در ۵ منطقه در استانهای متفاوت پرورش یافت و نتیجه تولید براساس جدول ذیل است.

نام استان / دورگه استروژن	گیلان	آذربایجان	مازندران	خراسان	کردستان
st۶۷	۶/۵	۶/۴	۶/۴	۶/۵	۶/۶
HoAs	۶/۳	۶/۲	۶/۶	۶/۶	۶/۴
StHo	۶/۰	۶/۴	۶/۸	۶/۲	۶/۵
SvAs	۵/۵	۵/۶	۵/۹	۵/۸	۵/۸

کدام دورگه بهتر و کدام منطقه برای پرورش مناسبتر است؟

سؤال ۴- فرض نمائید که وزن ماهیان یک استخر پرورشی بصورت نرمال پخش شده و میانگین آن ۱۰۰۰ گرم و انحراف معیار آن فقط ۲۰۰ گرم باشد. مزرعه‌دار

می‌خواهد بداند در بین کدام دو وزن میانی ۹۰ درصد ماهیان قرار دارند یا بعبارتی ماهیان میان وزن که ۹۰ درصد ماهیان را تشکیل می‌دهند، از چه وزنی شروع و به چه وزنی ختم می‌شوند؟

سؤال ۵- وزن متوسط ماهیان مولد نوعی ماهی خاویاری ۸۰ کیلوگرم اعلام گردید. یک متخصص ژنتیک در تحقیقات خود و با نمونه‌گیری از ۳۰ ماهی مولد اطلاعات ذیل را بدست آورد.

$\Sigma y =$ ۲۱۳۶

$\Sigma Y^{۲} =$ ۱۵۵۲۲۵/۲

نظر متخصص ژنتیک پس از بررسی خود در مورد میانگین وزن ارائه شده چه می‌تواند باشد؟

سؤال ۶- همبستگی رابطه دو سری کمیت‌های زیر را که نشان دهنده میزان صید ماهی توسط قایقهای با ظرفیت متفاوت صید هستند را بدست آورده و ضمن تعیین فرمول ریاضی خط رگرسیون، t_b محاسبه شده را با t جدول مقایسه فرمائید.

وزن ماهی صید شده (تن)	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰
ظرفیت قایق ماهیگیری	۱۳	۳۲	۳۵	۵۳	۶۷

سؤال ۷- در بررسی قطر چشم دو نوع ماهی کیلکا از ۲۵ ماهی مورد آزمایش از هر گروه، در گروه اول یا ماهی نوع اول میانگین قطر چشم ۲/۵ و در نوع دوم $\sum y =$ ۵۲/۵ بوده است با توجه به اینکه مجموع مربعات قطر چشم در گروه اول $\sum y^{۲} =$ ۳۰۵ باشد و در گروه دوم $\sum (y-\overline{y})^{۲} =$ ۸/۳ باشد. آیا با اطلاعات فوق می‌توان ثابت نمود که دو گروه کیلکا با هم متفاوت هستند؟

ضمیمه ۲

جداول

جدول سطح زیر منحنی نرمال استاندارد

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09	z
0,0	.500000	.503989	.507978	.511966	.515953	.519939	.523922	.527903	.531881	.535856	0,0
0,1	.539828	.543795	.547758	.551717	.555670	.559618	.563559	.567495	.571424	.575345	0,1
0,2	.579260	.583166	.587064	.590954	.594835	.598706	.602568	.606420	.610261	.614092	0,2
0,3	.617911	.621720	.625516	.629300	.633072	.636831	.640576	.644309	.648027	.651732	0,3
0,4	.655422	.659097	.662757	.666402	.670031	.673645	.677242	.680822	.684386	.687933	0,4
0,5	.691462	.694974	.698468	.701944	.705402	.708840	.712260	.715661	.719043	.722405	0,5
0,6	.725747	.729069	.732371	.735653	.738914	.742154	.745373	.748571	.751748	.754903	0,6
0,7	.758036	.761148	.764238	.767305	.770350	.773373	.776373	.779350	.782305	.785236	0,7
0,8	.788145	.791030	.793892	.796731	.799546	.802338	.805106	.807850	.810570	.813267	0,8
0,9	.815940	.818589	.821214	.823814	.826391	.828944	.831472	.833977	.836457	.838913	0,9
1,0	.841345	.843752	.846136	.848495	.850830	.853141	.855428	.857690	.859929	.862143	1,0
1,1	.864334	.866500	.868643	.870762	.872857	.874928	.876976	.879000	.881000	.882977	1,1
1,2	.884930	.886861	.888768	.890651	.892512	.894350	.896165	.897958	.899727	.901475	1,2
1,3	.903200	.904902	.906582	.908241	.909877	.911492	.913085	.914656	.916207	.917736	1,3
1,4	.919243	.920730	.922196	.923642	.925066	.926471	.927855	.929219	.930563	.931889	1,4
1,5	.933193	.934478	.935744	.936922	.938220	.939429	.940620	.941792	.942947	.944083	1,5
1,6	.945201	.946301	.947384	.948449	.949497	.950528	.951543	.952540	.953521	.954486	1,6
1,7	.955434	.956367	.957284	.958185	.959070	.959941	.960796	.961636	.962462	.963273	1,7
1,8	.964070	.964851	.965620	.966375	.967116	.967843	.968557	.969258	.969946	.970621	1,8
1,9	.971283	.971933	.972571	.973197	.973810	.974412	.975002	.975581	.976138	.976704	1,9
2,0	.977250	.977784	.978308	.978822	.979325	.979818	.980301	.980774	.981237	.981691	2,0
2,1	.982136	.982571	.982977	.983414	.983823	.984222	.984614	.984997	.985371	.985738	2,1
2,2	.986097	.986447	.986791	.987126	.987454	.987776	.988089	.988396	.988696	.988989	2,2
2,3	.989276	.989556	.989830	.990097	.990358	.990613	.990863	.991106	.991344	.991576	2,3
2,4	.991802	.992024	.992240	.992451	.992656	.992857	.993053	.993244	.993431	.993613	2,4
2,5	.993790	.993963	.994132	.994297	.994457	.994614	.994766	.994915	.995060	.995201	2,5
2,6	.995339	.995473	.995604	.995731	.995855	.995975	.996093	.996207	.996319	.996427	2,6
2,7	.996533	.996636	.996736	.996833	.996928	.997020	.997110	.997197	.997282	.997365	2,7
2,8	.997445	.997523	.997599	.997673	.997744	.997814	.997882	.997948	.998012	.998074	2,8
2,9	.998134	.998193	.998250	.998305	.998359	.998411	.998462	.998511	.998559	.998605	2,9
	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	
3,0	.998650	.999032	.999313	.999517	.999663	.999767	.999841	.999892	.999928	.999952	3,0

(E. Weber ayeinde)

جدول ضریب همبستگی

d. f.	P= 0.1	0.05	0.02	0.01	0.001
1	.98769	.99692	.999507	.999877	.9999988
2	.90000	.95000	.98000	.990000	.99900
3	.8054	.8783	.93433	.95873	.99116
4	.7293	.8114	.8822	.91720	.97406
5	.6694	.7545	.8329	.8745	.95074
6	.6215	.7067	.7887	.8343	.92493
7	.5822	.6664	.7498	.7977	.8982
8	.5494	.6319	.7155	.7646	.8721
9	.5214	.6021	.6851	.7348	.8471
10	.4973	.5760	.6581	.7079	.8233
11	.4762	.5529	.6339	.6835	.8010
12	.4575	.5324	.6120	.6614	.7800
13	.4409	.5139	.5923	.6411	.7603
14	.4259	.4973	.5742	.6226	.7420
15	.4124	.4821	.5577	.6055	.7246
16	.4000	.4683	.5425	.5897	.7084
17	.3887	.4555	.5285	.5751	.6932
18	.3783	.4438	.5155	.5614	.6787
19	.3687	.4329	.5034	.5487	.6652
20	.3598	.4227	.4921	.5368	.6524
25	.3233	.3809	.4451	.4869	.5974
30	.2960	.3494	.4093	.4487	.5541
35	.2746	.3246	.3810	.4182	.5189
40	.2573	.3044	.3578	.3932	.4896
45	.2428	.2875	.3384	.3721	.4648
50	.2306	.2732	.3218	.3541	.4433
60	.2108	.2500	.2948	.3248	.4078
70	.1954	.2319	.2737	.3017	.3799
80	.1829	.2172	.2565	.2830	.3568
90	.1726	.2050	.2422	.2673	.3375
100	.1638	.1946	.2301	.2540	.3211

جدول توزیع t– دانشجویی

d.f.	P = 0·1	0·05	0·02	0·01	0·002	0·001
1	0·314	12·700	31·821	63·067	318·31	636·02
2	2·920	4·303	6·965	9·925	22·327	31·598
3	2·363	3·182	4·541	5·841	10·214	12·924
4	2·132	2·776	3·747	4·604	7·173	8·610
5	2·015	2·571	3·365	4·032	5·893	6·869
6	1·943	2·447	3·143	3·707	5·208	5·959
7	1·895	2·365	2·998	3·499	4·785	5·408
8	1·860	2·306	2·896	3·355	4·501	5·041
9	1·833	2·262	2·821	3·250	4·297	4·781
10	1·812	2·228	2·764	3·169	4·144	4·587
11	1·796	2·201	2·718	3·106	4·025	4·437
12	1·782	2·179	2·681	3·055	3·930	4·318
13	1·771	2·160	2·650	3·012	3·852	4·221
14	1·761	2·145	2·624	2·977	3·787	4·140
15	1·753	2·131	2·602	2·947	3·733	4·073
16	1·746	2·120	2·583	2·921	3·686	4·015
17	1·740	2·110	2·567	2·898	3·646	3·965
18	1·734	2·101	2·552	2·878	3·610	3·922
19	1·729	2·093	2·539	2·861	3·579	3·883
20	1·725	2·086	2·528	2·845	3·552	3·850
21	1·721	2·080	2·518	2·831	3·527	3·819
22	1·717	2·074	2·508	2·819	3·505	3·792
23	1·714	2·069	2·500	2·807	3·485	3·767
24	1·711	2·064	2·492	2·797	3·467	3·745
25	1·708	2·060	2·485	2·787	3·450	3·725
26	1·706	2·056	2·479	2·779	3·435	3·707
27	1·703	2·052	2·473	2·771	3·421	3·690
28	1·701	2·048	2·467	2·763	3·408	3·674
29	1·699	2·045	2·462	2·756	3·396	3·659
30	1·697	2·042	2·457	2·750	3·385	3·646
40	1·684	2·021	2·423	2·704	3·307	3·551
60	1·671	2·000	2·390	2·660	3·232	3·460
120	1·658	1·980	2·358	2·617	3·160	3·373
∞	1·645	1·960	2·326	2·576	3·090	3·291

جدول توزیع مربع کای

P / d.F.	0.995	0.975	0.050	0.025	0.010	0.005	0.001
1	392704.10^{-10}	982069.10^{-9}	3.84146	5.02389	6.63490	7.87944	10.828
2	0.0100251	0.0506356	5.99147	7.37776	9.21034	10.5966	13.816
3	0.0717212	0.215795	7.81473	9.34840	11.3449	12.8381	16.266
4	0.206990	0.484419	9.48773	11.1433	13.2767	14.8602	18.467
5	0.411740	0.831211	11.0705	12.8325	15.0863	16.7496	20.515
6	0.675727	1.237347	12.5916	14.4494	16.8119	18.5476	22.458
7	0.989265	1.68987	14.0671	16.0128	18.4753	20.2777	24.322
8	1.344419	2.17973	15.5073	17.5346	20.0902	21.9550	26.125
9	1.734926	2.70039	16.9190	19.0228	21.6660	23.5893	27.877
10	2.15585	3.24697	18.3070	20.4831	23.2093	25.1882	29.588
11	2.60321	3.81575	19.6751	21.9200	24.7250	26.7569	31.264
12	3.07382	4.40379	21.0261	23.3367	26.2170	28.2995	32.909
13	3.56503	5.00874	22.3621	24.7356	27.6883	29.8194	34.528
14	4.07468	5.62872	23.6848	26.1190	29.1413	31.3193	36.123
15	4.60094	6.26214	24.9958	27.4884	30.5779	32.8013	37.697
16	5.14224	6.90766	26.2962	28.8454	31.9999	34.2672	39.252
17	5.69724	7.56418	27.5871	30.1910	33.4087	35.7185	40.790
18	6.26481	8.23075	28.8693	31.5264	34.8053	37.1564	42.312
19	6.84398	8.90655	30.1435	32.8523	36.1908	38.5822	43.820
20	7.43386	9.59083	31.4104	34.1696	37.5662	39.9968	45.315
21	8.03366	10.28293	32.6705	35.4789	38.9321	41.4010	46.797
22	8.64272	10.9823	33.9244	36.7807	40.2894	42.7956	48.268
23	9.26042	11.6885	35.1725	38.0757	41.6384	44.1813	49.728
24	9.88623	12.4011	36.4151	39.3641	42.9798	45.5585	51.179
25	10.5197	13.1197	37.6525	40.6465	44.3141	46.9278	52.620
26	11.1603	13.8439	38.8852	41.9232	45.6417	48.2899	54.052
27	11.8076	14.5733	40.1133	43.1944	46.9630	49.6449	55.476
28	12.4613	15.3079	41.3372	44.4607	48.2782	50.9933	56.892
29	13.1211	16.0471	42.5569	45.7222	49.5879	52.3356	58.302
30	13.7867	16.7908	43.7729	46.9792	50.8922	53.6720	59.703
40	20.7065	24.4331	55.7585	59.3417	63.6907	66.7659	73.402
50	27.9907	32.3574	67.5048	71.4202	76.1539	79.4900	86.661
60	35.5346	40.4817	79.0819	83.2976	88.3794	91.9517	99.607
70	43.2752	48.7576	90.5312	95.0231	100.425	104.215	112.317
80	51.1720	57.1532	101.879	106.629	112.329	116.321	124.839
90	59.1963	65.6466	113.145	118.136	124.116	128.299	137.208
100	67.3276	74.2219	124.342	129.561	135.807	140.169	149.449

جدول اعداد تصادفی

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
1	1	2	5	4	2	8	5	8	7	3	5	8	4	0	2	4	3	6	8	4	8	4	8	5	2	6	1	7	5	4	8	8
2	5	4	4	3	4	9	1	1	0	9	2	2	7	1	3	4	4	7	9	8	1	3	1	1	8	7	0	1	2	2	1	0
3	3	2	6	2	2	3	2	2	4	1	1	2	9	8	7	7	4	7	7	6	4	5	1	2	1	7	4	6	2	5	9	3
4	7	8	0	9	0	2	9	7	8	9	5	6	2	1	5	8	7	7	8	0	0	7	5	3	1	2	3	2	7	1	8	1
5	6	8	6	2	4	1	9	4	3	5	9	6	5	0	7	2	4	4	7	3	3	0	9	9	0	7	2	9	4	9	5	0
6	9	1	7	9	3	8	1	4	9	1	5	3	2	1	2	7	6	7	4	5	9	6	4	6	8	1	0	5	3	1	3	3
7	5	3	1	7	0	9	8	6	0	6	3	3	6	4	8	0	4	8	3	4	8	7	1	0	8	8	2	9	8	5	7	2
8	0	1	2	6	4	7	7	7	8	0	3	4	9	2	1	7	2	1	2	8	2	2	3	2	5	0	3	9	8	6	3	7
9	2	3	7	2	7	7	7	4	9	4	4	6	7	1	7	8	8	4	0	3	3	9	7	1	0	8	9	9	5	2	7	4
10	0	3	5	7	5	2	7	6	3	9	9	9	0	2	6	1	9	2	5	5	5	7	8	0	5	7	2	8	0	0	3	2
11	7	8	5	5	9	7	0	7	5	2	5	9	4	2	6	3	9	8	7	8	4	9	1	8	0	9	8	7	9	1	1	8
12	2	5	1	0	4	2	5	4	1	5	4	3	0	2	2	4	0	1	1	2	6	5	2	3	8	6	6	7	4	7	0	7
13	6	6	3	9	1	9	1	3	3	1	2	0	9	1	4	9	6	1	4	5	5	8	9	5	0	7	2	6	3	8	8	3
14	6	7	6	9	1	4	3	5	9	1	0	7	4	7	6	2	9	9	0	2	3	7	6	4	7	3	8	8	2	7	2	9
15	4	5	2	7	8	0	0	0	8	6	4	8	3	3	6	6	7	9	4	5	4	8	4	7	4	3	1	7	9	6	3	6
16	5	6	9	9	9	8	8	3	2	4	5	6	0	8	9	3	4	1	3	2	6	6	6	8	0	7	9	9	6	1	3	7
17	4	1	6	0	1	4	4	5	2	8	8	7	0	7	2	4	1	2	9	4	8	9	8	8	1	5	2	7	1	4	6	7
18	4	5	0	6	2	4	7	4	3	5	9	0	5	3	0	8	7	6	4	0	7	1	2	8	1	0	2	3	2	4	1	8
19	4	6	4	5	0	6	1	3	9	8	4	6	4	4	5	8	5	6	6	6	7	6	7	1	1	1	8	4	2	3	2	8
20	6	6	8	6	3	5	4	4	9	8	2	8	9	1	8	7	0	5	0	6	6	4	7	3	5	3	5	6	8	9	4	0
21	6	5	0	3	0	3	2	9	7	8	9	9	8	3	1	1	0	8	5	2	8	0	6	6	5	7	0	6	1	9	4	0
22	1	6	5	8	4	2	8	8	1	8	5	6	5	3	1	9	3	5	1	2	8	9	8	1	7	4	6	8	3	8	3	6
23	1	3	1	9	1	2	0	4	3	3	4	4	8	8	8	6	3	9	4	6	6	7	7	7	1	7	0	0	0	3	2	3
24	5	0	3	0	4	0	2	7	2	0	7	7	9	8	1	2	8	6	4	5	3	2	9	0	7	1	9	1	6	1	5	2
25	7	8	6	6	2	0	2	9	5	1	5	6	2	0	0	3	2	9	4	0	0	2	3	7	7	6	7	0	2	8	5	2
26	1	9	8	3	8	9	9	2	1	0	1	7	7	2	6	3	7	6	9	9	4	1	5	1	8	1	3	2	7	2	7	1
27	9	9	4	4	0	8	4	5	7	4	6	8	3	9	3	6	8	0	0	2	0	8	5	7	5	7	8	4	4	4	8	0
28	0	3	3	0	9	9	1	3	4	9	9	0	7	7	9	0	6	9	3	2	0	8	7	1	1	9	8	8	9	8	8	1
29	9	9	0	3	7	9	1	4	4	1	3	8	6	8	2	6	0	2	3	0	1	3	3	7	7	4	1	3	8	8	4	0
30	1	6	1	4	7	8	6	2	9	5	0	0	4	1	0	9	1	0	3	7	2	9	7	8	6	0	7	5	0	9	7	1
31	2	0	9	6	1	1	6	4	3	7	8	8	6	2	5	7	0	6	3	2	0	6	9	3	2	2	6	3	5	2	9	0
32	0	5	1	1	0	2	2	9	5	9	5	1	6	8	0	8	1	4	0	9	7	6	2	4	4	9	0	3	4	6	9	2
33	0	5	2	4	4	0	5	6	9	1	4	0	6	3	7	1	2	0	9	9	8	2	9	0	3	6	1	1	6	5	0	1
34	7	3	8	1	7	3	8	6	6	5	6	8	1	5	6	8	4	1	6	0	0	4	2	9	3	4	8	8	3	7	4	1
35	3	3	1	1	3	7	3	3	7	8	8	2	6	9	8	5	7	8	7	4	7	2	6	4	4	5	8	7	9	5	9	1
36	6	8	7	4	2	5	3	4	7	4	8	5	9	5	9	6	9	0	8	6	2	7	0	1	4	9	6	7	1	5	8	8
37	8	9	8	7	3	1	2	1	3	6	2	8	0	3	7	2	1	0	5	9	6	3	3	9	8	9	7	3	4	2	1	8
38	9	2	0	5	2	3	5	8	0	3	9	3	3	1	9	6	1	6	1	2	8	3	9	7	4	3	9	0	0	1	8	7
39	9	7	4	9	7	9	8	3	7	0	7	6	9	7	9	1	1	5	3	0	8	1	2	7	4	4	7	4	1	8	9	5
40	2	1	8	3	2	1	0	9	2	8	7	4	5	7	3	3	1	5	6	7	7	7	6	4	4	9	3	9	9	9	1	9
41	6	9	2	6	3	0	8	5	2	0	7	9	3	3	3	0	4	4	3	2	9	5	2	4	0	3	2	7	9	6	4	0
42	3	3	7	3	3	5	6	7	0	3	7	1	5	9	3	2	3	9	2	3	7	2	5	0	8	5	7	8	5	8	6	9
43	9	7	7	1	5	5	4	2	4	7	1	5	5	5	2	7	3	7	6	3	3	1	6	7	3	6	7	9	4	3	9	9
44	9	3	5	3	5	5	7	6	5	4	7	4	0	1	9	0	7	2	7	4	6	9	9	3	3	9	2	0	7	2	7	2
45	5	7	6	1	6	3	0	1	3	5	5	8	6	2	0	5	3	0	1	2	6	1	9	5	8	4	6	1	2	0	4	6
46	6	8	5	0	8	1	2	2	4	4	5	5	2	9	4	0	9	9	4	5	9	6	8	8	3	5	8	8	8	3	1	1
47	6	6	1	6	6	7	6	0	4	9	3	8	0	0	6	6	0	3	9	1	8	8	9	8	4	7	5	3	7	4	0	2
48	2	6	3	3	4	2	5	5	8	7	5	5	8	4	3	4	4	3	3	4	8	9	9	2	1	2	6	0	0	5	4	7
49	6	8	3	7	4	8	9	8	9	5	2	7	3	5	2	6	6	5	3	6	7	7	0	3	9	9	4	1	8	4	5	4
50	4	5	2	3	7	7	7	2	3	8	8	8	7	2	4	3	1	3	3	0	7	1	1	5	4	8	9	7	6	6	1	8

جدول توزیع F – ردیف اول برای ۵ درصد و ردیف دوم برای ۱ درصد می‌باشد.

f_2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	16	20	24	30	40	50	75	100	200	500	∞	f_2
1	161 4,052	200 4,999	216 5,403	225 5,625	230 5,764	234 5,859	237 5,928	239 5,981	241 6,022	242 6,056	243 6,082	244 6,106	245 6,142	246 6,169	248 6,208	249 6,234	250 6,261	251 6,286	252 6,302	253 6,323	253 6,334	254 6,352	254 6,361	254 6,366	1
2	18.51 98.49	19.00 99.00	19.16 99.17	19.25 99.25	19.30 99.30	19.33 99.33	19.36 99.34	19.37 99.36	19.38 99.38	19.39 99.40	19.40 99.41	19.41 99.42	19.42 99.43	19.43 99.44	19.44 99.45	19.45 99.46	19.46 99.47	19.47 99.48	19.47 99.48	19.48 99.49	19.49 99.49	19.49 99.49	19.50 99.50	19.50 99.50	2
3	10.13 34.12	9.55 30.82	9.28 29.46	9.12 28.71	9.01 28.24	8.94 27.91	8.88 27.67	8.84 27.49	8.81 27.34	8.78 27.23	8.76 27.13	8.74 27.05	8.71 26.92	8.69 26.83	8.66 26.69	8.64 26.60	8.62 26.50	8.60 26.41	8.58 26.35	8.57 26.27	8.56 26.23	8.54 26.18	8.54 26.14	8.53 26.12	3
4	7.71 21.20	6.94 18.00	6.59 16.69	6.39 15.98	6.26 15.52	6.16 15.21	6.09 14.98	6.04 14.80	6.00 14.66	5.96 14.54	5.93 14.45	5.91 14.37	5.87 14.24	5.84 14.15	5.80 14.02	5.77 13.93	5.74 13.83	5.71 13.74	5.70 13.69	5.68 13.61	5.66 13.57	5.65 13.52	5.64 13.48	5.63 13.46	4
5	6.61 16.26	5.79 13.27	5.41 12.06	5.19 11.39	5.05 10.97	4.95 10.67	4.88 10.45	4.82 10.27	4.78 10.15	4.74 10.05	4.70 9.96	4.68 9.89	4.64 9.77	4.60 9.68	4.56 9.55	4.53 9.47	4.50 9.38	4.46 9.29	4.44 9.24	4.42 9.17	4.40 9.13	4.38 9.07	4.37 9.04	4.36 9.02	5
6	5.99 13.74	5.14 10.92	4.76 9.78	4.53 9.15	4.39 8.75	4.28 8.47	4.21 8.26	4.15 8.10	4.10 7.98	4.06 7.87	4.03 7.79	4.00 7.72	3.96 7.60	3.92 7.52	3.87 7.39	3.84 7.31	3.81 7.23	3.77 7.14	3.75 7.09	3.72 7.02	3.71 6.99	3.69 6.94	3.68 6.90	3.67 6.88	6
7	5.59 12.25	4.74 9.55	4.35 8.45	4.12 7.85	3.97 7.46	3.87 7.19	3.79 7.00	3.73 6.84	3.68 6.71	3.63 6.62	3.60 6.54	3.57 6.47	3.52 6.35	3.49 6.27	3.44 6.15	3.41 6.07	3.38 5.98	3.34 5.90	3.32 5.85	3.29 5.78	3.28 5.75	3.25 5.70	3.24 5.67	3.23 5.65	7
8	5.32 11.26	4.46 8.65	4.07 7.59	3.84 7.01	3.69 6.63	3.58 6.37	3.50 6.19	3.44 6.03	3.39 5.91	3.34 5.82	3.31 5.74	3.28 5.67	3.23 5.56	3.20 5.48	3.15 5.36	3.12 5.28	3.08 5.20	3.05 5.11	3.03 5.06	3.00 5.00	2.98 4.96	2.96 4.91	2.94 4.88	2.93 4.86	8
9	5.12 10.56	4.26 8.02	3.86 6.99	3.63 6.42	3.48 6.06	3.37 5.80	3.29 5.62	3.23 5.47	3.18 5.35	3.13 5.26	3.10 5.18	3.07 5.11	3.02 5.00	2.98 4.92	2.93 4.80	2.90 4.73	2.86 4.64	2.82 4.56	2.80 4.51	2.77 4.45	2.76 4.41	2.73 4.36	2.72 4.33	2.71 4.31	9
10	4.96 10.04	4.10 7.56	3.71 6.55	3.48 5.99	3.33 5.64	3.22 5.39	3.14 5.21	3.07 5.06	3.02 4.95	2.97 4.85	2.94 4.78	2.91 4.71	2.86 4.60	2.82 4.52	2.77 4.41	2.74 4.33	2.70 4.25	2.67 4.17	2.64 4.12	2.61 4.05	2.59 4.01	2.56 3.96	2.55 3.93	2.54 3.91	10
11	4.84 9.65	3.98 7.20	3.59 6.22	3.36 5.67	3.20 5.32	3.09 5.07	3.01 4.88	2.95 4.74	2.90 4.63	2.86 4.54	2.82 4.46	2.79 4.40	2.74 4.29	2.70 4.21	2.65 4.10	2.61 4.02	2.57 3.94	2.53 3.86	2.50 3.80	2.47 3.74	2.45 3.70	2.42 3.66	2.41 3.62	2.40 3.60	11
12	4.75 9.33	3.88 6.93	3.49 5.95	3.26 5.41	3.11 5.06	3.00 4.82	2.92 4.65	2.85 4.50	2.80 4.39	2.76 4.30	2.72 4.22	2.69 4.16	2.64 4.05	2.60 3.98	2.54 3.86	2.50 3.78	2.46 3.70	2.42 3.61	2.40 3.56	2.36 3.49	2.35 3.46	2.32 3.41	2.31 3.38	2.30 3.36	12
13	4.67 9.07	3.80 6.70	3.41 5.74	3.18 5.20	3.02 4.86	2.92 4.62	2.84 4.44	2.77 4.30	2.72 4.19	2.67 4.10	2.63 4.02	2.60 3.96	2.55 3.85	2.51 3.78	2.46 3.67	2.42 3.59	2.38 3.51	2.34 3.42	2.32 3.37	2.28 3.30	2.26 3.27	2.24 3.21	2.22 3.18	2.21 3.16	13
14	4.60 8.86	3.74 6.51	3.34 5.56	3.11 5.03	2.96 4.69	2.85 4.46	2.77 4.28	2.70 4.14	2.65 4.03	2.60 3.94	2.56 3.86	2.53 3.80	2.48 3.70	2.44 3.62	2.39 3.51	2.35 3.43	2.31 3.34	2.27 3.26	2.24 3.21	2.21 3.14	2.19 3.11	2.16 3.06	2.14 3.02	2.13 3.00	14
15	4.54 8.68	3.68 6.36	3.29 5.42	3.06 4.89	2.90 4.56	2.79 4.32	2.70 4.14	2.64 4.00	2.59 3.89	2.55 3.80	2.51 3.73	2.48 3.67	2.43 3.56	2.39 3.48	2.33 3.36	2.29 3.29	2.25 3.20	2.21 3.12	2.18 3.07	2.15 3.00	2.12 2.97	2.10 2.92	2.08 2.89	2.07 2.87	15
16	4.49 8.53	3.63 6.23	3.24 5.29	3.01 4.77	2.85 4.44	2.74 4.20	2.66 4.03	2.59 3.89	2.54 3.78	2.49 3.69	2.45 3.61	2.42 3.55	2.37 3.45	2.33 3.37	2.28 3.25	2.24 3.18	2.20 3.10	2.16 3.01	2.13 2.96	2.09 2.89	2.07 2.86	2.04 2.80	2.02 2.77	2.01 2.75	16
17	4.45 8.40	3.59 6.11	3.20 5.18	2.96 4.67	2.81 4.34	2.70 4.10	2.62 3.93	2.55 3.79	2.50 3.68	2.45 3.59	2.41 3.52	2.38 3.45	2.33 3.35	2.29 3.27	2.23 3.16	2.19 3.08	2.15 3.00	2.11 2.92	2.08 2.86	2.04 2.79	2.02 2.76	1.99 2.70	1.97 2.67	1.96 2.65	17
18	4.41 8.28	3.55 6.01	3.16 5.09	2.93 4.58	2.77 4.25	2.66 4.01	2.58 3.85	2.51 3.71	2.46 3.60	2.41 3.51	2.37 3.44	2.34 3.37	2.29 3.27	2.25 3.19	2.19 3.07	2.15 3.00	2.11 2.91	2.07 2.83	2.04 2.78	2.00 2.71	1.98 2.68	1.95 2.62	1.93 2.59	1.92 2.57	18
19	4.38 8.18	3.52 5.93	3.13 5.01	2.90 4.50	2.74 4.17	2.63 3.94	2.55 3.77	2.48 3.63	2.43 3.52	2.38 3.43	2.34 3.36	2.31 3.30	2.26 3.19	2.21 3.12	2.15 3.00	2.11 2.92	2.07 2.84	2.02 2.76	2.00 2.70	1.96 2.63	1.94 2.60	1.91 2.54	1.90 2.51	1.88 2.49	19
20	4.35 8.10	3.49 5.85	3.10 4.94	2.87 4.43	2.71 4.10	2.60 3.87	2.52 3.71	2.45 3.56	2.40 3.45	2.35 3.37	2.31 3.30	2.28 3.23	2.23 3.13	2.18 3.05	2.12 2.94	2.08 2.86	2.04 2.77	1.99 2.69	1.96 2.63	1.92 2.56	1.90 2.53	1.87 2.47	1.85 2.44	1.84 2.42	20
21	4.32 8.02	3.47 5.78	3.07 4.87	2.84 4.37	2.68 4.04	2.57 3.81	2.49 3.65	2.42 3.51	2.37 3.40	2.32 3.31	2.28 3.24	2.25 3.17	2.20 3.07	2.15 2.99	2.09 2.88	2.05 2.80	2.00 2.72	1.96 2.63	1.93 2.58	1.89 2.51	1.87 2.47	1.84 2.42	1.82 2.38	1.81 2.36	21
22	4.30 7.94	3.44 5.72	3.05 4.82	2.82 4.31	2.66 3.99	2.55 3.76	2.47 3.59	2.40 3.45	2.35 3.35	2.30 3.26	2.26 3.18	2.23 3.12	2.18 3.02	2.13 2.94	2.07 2.83	2.03 2.75	1.98 2.67	1.93 2.58	1.91 2.53	1.87 2.46	1.84 2.42	1.81 2.37	1.80 2.33	1.78 2.31	22
23	4.28 7.88	3.42 5.66	3.03 4.76	2.80 4.26	2.64 3.94	2.53 3.71	2.45 3.54	2.38 3.41	2.32 3.30	2.28 3.21	2.24 3.14	2.20 3.07	2.14 2.97	2.10 2.89	2.04 2.78	2.00 2.70	1.96 2.62	1.91 2.53	1.88 2.48	1.84 2.41	1.82 2.37	1.79 2.32	1.77 2.28	1.76 2.26	23
24	4.26 7.82	3.40 5.61	3.01 4.72	2.78 4.22	2.62 3.90	2.51 3.67	2.43 3.50	2.36 3.36	2.30 3.25	2.26 3.17	2.22 3.09	2.18 3.03	2.13 2.93	2.09 2.85	2.02 2.74	1.98 2.66	1.94 2.58	1.89 2.49	1.86 2.44	1.82 2.36	1.80 2.33	1.76 2.27	1.74 2.23	1.73 2.21	24
25	4.24 7.77	3.38 5.57	2.99 4.68	2.76 4.18	2.60 3.86	2.49 3.63	2.41 3.46	2.34 3.32	2.28 3.21	2.24 3.13	2.20 3.05	2.16 2.99	2.11 2.89	2.06 2.81	2.00 2.70	1.96 2.62	1.92 2.54	1.87 2.45	1.84 2.40	1.80 2.32	1.77 2.29	1.74 2.23	1.72 2.19	1.71 2.17	25
26	4.22 7.72	3.37 5.53	2.98 4.64	2.74 4.14	2.59 3.82	2.47 3.59	2.39 3.42	2.32 3.29	2.27 3.17	2.22 3.09	2.18 3.02	2.15 2.96	2.10 2.86	2.05 2.77	1.99 2.66	1.95 2.58	1.90 2.50	1.85 2.41	1.82 2.36	1.78 2.28	1.76 2.25	1.72 2.19	1.70 2.15	1.69 2.13	26

f_1 Degrees of freedom (for greater mean square)

ادامه جدول توزیع F

f_2	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	14	16	20	24	30	40	50	75	100	200	500	∞
	f_1 Degrees of freedom (for greater mean square)																							
27	4.21	3.35	2.96	2.73	2.57	2.46	2.37	2.30	2.25	2.20	2.16	2.13	2.08	2.03	1.97	1.93	1.88	1.84	1.80	1.76	1.74	1.71	1.68	1.67
	7.68	**5.49**	**4.60**	**4.11**	**3.79**	**3.56**	**3.39**	**3.26**	**3.14**	**3.06**	**2.98**	**2.93**	**2.83**	**2.74**	**2.63**	**2.55**	**2.47**	**2.38**	**2.33**	**2.25**	**2.21**	**2.16**	**2.12**	**2.10**
28	4.20	3.34	2.95	2.71	2.56	2.44	2.36	2.29	2.24	2.19	2.15	2.12	2.06	2.02	1.96	1.91	1.87	1.81	1.78	1.75	1.72	1.69	1.67	1.65
	7.64	**5.45**	**4.57**	**4.07**	**3.76**	**3.53**	**3.36**	**3.23**	**3.11**	**3.03**	**2.95**	**2.90**	**2.80**	**2.71**	**2.60**	**2.52**	**2.44**	**2.35**	**2.30**	**2.22**	**2.18**	**2.13**	**2.09**	**2.06**
29	4.18	3.33	2.93	2.70	2.54	2.43	2.35	2.28	2.22	2.18	2.14	2.10	2.05	2.00	1.94	1.90	1.85	1.80	1.77	1.73	1.71	1.68	1.65	1.64
	7.60	**5.42**	**4.54**	**4.04**	**3.73**	**3.50**	**3.33**	**3.20**	**3.08**	**3.00**	**2.92**	**2.87**	**2.77**	**2.68**	**2.57**	**2.49**	**2.41**	**2.32**	**2.27**	**2.19**	**2.15**	**2.10**	**2.06**	**2.03**
30	4.17	3.32	2.92	2.69	2.53	2.42	2.34	2.27	2.21	2.16	2.12	2.09	2.04	1.99	1.93	1.89	1.84	1.79	1.76	1.72	1.69	1.66	1.64	1.62
	7.56	**5.39**	**4.51**	**4.02**	**3.70**	**3.47**	**3.30**	**3.17**	**3.06**	**2.98**	**2.90**	**2.84**	**2.74**	**2.66**	**2.55**	**2.47**	**2.38**	**2.29**	**2.24**	**2.16**	**2.13**	**2.07**	**2.03**	**2.01**
32	4.15	3.30	2.90	2.67	2.51	2.40	2.32	2.25	2.19	2.14	2.10	2.07	2.02	1.97	1.91	1.86	1.82	1.76	1.74	1.69	1.67	1.64	1.61	1.59
	7.50	**5.34**	**4.46**	**3.97**	**3.66**	**3.42**	**3.25**	**3.12**	**3.01**	**2.94**	**2.86**	**2.80**	**2.70**	**2.62**	**2.51**	**2.42**	**2.34**	**2.25**	**2.20**	**2.12**	**2.08**	**2.02**	**1.98**	**1.96**
34	4.13	3.28	2.88	2.65	2.49	2.38	2.30	2.23	2.17	2.12	2.08	2.05	2.00	1.95	1.89	1.84	1.80	1.74	1.71	1.67	1.64	1.61	1.59	1.57
	7.44	**5.29**	**4.42**	**3.93**	**3.61**	**3.38**	**3.21**	**3.08**	**2.97**	**2.89**	**2.82**	**2.76**	**2.66**	**2.58**	**2.47**	**2.38**	**2.30**	**2.21**	**2.15**	**2.08**	**2.04**	**1.98**	**1.94**	**1.91**
36	4.11	3.26	2.86	2.63	2.48	2.36	2.28	2.21	2.15	2.10	2.06	2.03	1.98	1.93	1.87	1.82	1.78	1.72	1.69	1.65	1.62	1.59	1.56	1.55
	7.39	**5.25**	**4.38**	**3.89**	**3.58**	**3.35**	**3.18**	**3.04**	**2.94**	**2.86**	**2.78**	**2.72**	**2.62**	**2.54**	**2.43**	**2.35**	**2.26**	**2.17**	**2.12**	**2.04**	**2.00**	**1.94**	**1.90**	**1.87**
38	4.10	3.25	2.85	2.62	2.46	2.35	2.26	2.19	2.14	2.09	2.05	2.02	1.96	1.92	1.85	1.80	1.76	1.71	1.67	1.63	1.60	1.57	1.54	1.53
	7.35	**5.21**	**4.34**	**3.86**	**3.54**	**3.32**	**3.15**	**3.02**	**2.91**	**2.82**	**2.75**	**2.69**	**2.59**	**2.51**	**2.40**	**2.32**	**2.22**	**2.14**	**2.08**	**2.00**	**1.97**	**1.90**	**1.86**	**1.84**
40	4.08	3.23	2.84	2.61	2.45	2.34	2.25	2.18	2.12	2.07	2.04	2.00	1.95	1.90	1.84	1.79	1.74	1.69	1.66	1.61	1.59	1.55	1.53	1.51
	7.31	**5.18**	**4.31**	**3.83**	**3.51**	**3.29**	**3.12**	**2.99**	**2.88**	**2.80**	**2.73**	**2.66**	**2.56**	**2.49**	**2.37**	**2.29**	**2.20**	**2.11**	**2.05**	**1.97**	**1.94**	**1.88**	**1.84**	**1.81**
42	4.07	3.22	2.83	2.59	2.44	2.32	2.24	2.17	2.11	2.06	2.02	1.99	1.94	1.89	1.82	1.78	1.73	1.68	1.64	1.60	1.57	1.54	1.51	1.49
	7.27	**5.15**	**4.29**	**3.80**	**3.49**	**3.26**	**3.10**	**2.96**	**2.86**	**2.77**	**2.70**	**2.64**	**2.54**	**2.46**	**2.35**	**2.26**	**2.17**	**2.08**	**2.02**	**1.94**	**1.91**	**1.85**	**1.80**	**1.78**
44	4.06	3.21	2.82	2.58	2.43	2.31	2.23	2.16	2.10	2.05	2.01	1.98	1.92	1.88	1.81	1.76	1.72	1.66	1.63	1.58	1.56	1.52	1.50	1.48
	7.24	**5.12**	**4.26**	**3.78**	**3.46**	**3.24**	**3.07**	**2.94**	**2.84**	**2.75**	**2.68**	**2.62**	**2.52**	**2.44**	**2.32**	**2.24**	**2.15**	**2.06**	**2.00**	**1.92**	**1.88**	**1.82**	**1.78**	**1.75**
46	4.05	3.20	2.81	2.57	2.42	2.30	2.22	2.14	2.09	2.04	2.00	1.97	1.91	1.87	1.80	1.75	1.71	1.65	1.62	1.57	1.54	1.51	1.48	1.46
	7.21	**5.10**	**4.24**	**3.76**	**3.44**	**3.22**	**3.05**	**2.92**	**2.82**	**2.73**	**2.66**	**2.60**	**2.50**	**2.42**	**2.30**	**2.22**	**2.13**	**2.04**	**1.98**	**1.90**	**1.86**	**1.80**	**1.76**	**1.72**
48	4.04	3.19	2.80	2.56	2.41	2.30	2.21	2.14	2.08	2.03	1.99	1.96	1.90	1.86	1.79	1.74	1.70	1.64	1.61	1.56	1.53	1.50	1.47	1.45
	7.19	**5.08**	**4.22**	**3.74**	**3.42**	**3.20**	**3.04**	**2.90**	**2.80**	**2.71**	**2.64**	**2.58**	**2.48**	**2.40**	**2.28**	**2.20**	**2.11**	**2.02**	**1.96**	**1.88**	**1.84**	**1.78**	**1.73**	**1.70**
50	4.03	3.18	2.79	2.56	2.40	2.29	2.20	2.13	2.07	2.02	1.98	1.95	1.90	1.85	1.78	1.74	1.69	1.63	1.60	1.55	1.52	1.48	1.46	1.44
	7.17	**5.06**	**4.20**	**3.72**	**3.41**	**3.18**	**3.02**	**2.88**	**2.78**	**2.70**	**2.62**	**2.56**	**2.46**	**2.39**	**2.26**	**2.18**	**2.10**	**2.00**	**1.94**	**1.86**	**1.82**	**1.76**	**1.71**	**1.68**
55	4.02	3.17	2.78	2.54	2.38	2.27	2.18	2.11	2.05	2.00	1.97	1.93	1.88	1.83	1.76	1.72	1.67	1.61	1.58	1.52	1.50	1.46	1.43	1.41
	7.12	**5.01**	**4.16**	**3.68**	**3.37**	**3.15**	**2.98**	**2.85**	**2.75**	**2.66**	**2.59**	**2.53**	**2.43**	**2.35**	**2.23**	**2.15**	**2.06**	**1.96**	**1.90**	**1.82**	**1.78**	**1.71**	**1.66**	**1.64**
60	4.00	3.15	2.76	2.52	2.37	2.25	2.17	2.10	2.04	1.99	1.95	1.92	1.86	1.81	1.75	1.70	1.65	1.59	1.56	1.50	1.48	1.44	1.41	1.39
	7.08	**4.98**	**4.13**	**3.65**	**3.34**	**3.12**	**2.95**	**2.82**	**2.72**	**2.63**	**2.56**	**2.50**	**2.40**	**2.32**	**2.20**	**2.12**	**2.03**	**1.93**	**1.87**	**1.79**	**1.74**	**1.68**	**1.63**	**1.60**
65	3.99	3.14	2.75	2.51	2.36	2.24	2.15	2.08	2.02	1.98	1.94	1.90	1.85	1.80	1.73	1.68	1.63	1.57	1.54	1.49	1.46	1.42	1.39	1.37
	7.04	**4.95**	**4.10**	**3.62**	**3.31**	**3.09**	**2.93**	**2.79**	**2.70**	**2.61**	**2.54**	**2.47**	**2.37**	**2.30**	**2.18**	**2.09**	**2.00**	**1.90**	**1.84**	**1.76**	**1.71**	**1.64**	**1.60**	**1.56**
70	3.98	3.13	2.74	2.50	2.35	2.23	2.14	2.07	2.01	1.97	1.93	1.89	1.84	1.79	1.72	1.67	1.62	1.56	1.53	1.47	1.45	1.40	1.37	1.35
	7.01	**4.92**	**4.08**	**3.60**	**3.29**	**3.07**	**2.91**	**2.77**	**2.67**	**2.59**	**2.51**	**2.45**	**2.35**	**2.28**	**2.15**	**2.07**	**1.98**	**1.88**	**1.82**	**1.74**	**1.69**	**1.62**	**1.56**	**1.53**
80	3.96	3.11	2.72	2.48	2.33	2.21	2.12	2.05	1.99	1.95	1.91	1.88	1.82	1.77	1.70	1.65	1.60	1.54	1.51	1.45	1.42	1.38	1.35	1.32
	6.96	**4.88**	**4.04**	**3.56**	**3.25**	**3.04**	**2.87**	**2.74**	**2.64**	**2.55**	**2.48**	**2.41**	**2.32**	**2.24**	**2.11**	**2.03**	**1.94**	**1.84**	**1.78**	**1.70**	**1.65**	**1.57**	**1.52**	**1.49**
100	3.94	3.09	2.70	2.46	2.30	2.19	2.10	2.03	1.97	1.92	1.88	1.85	1.79	1.75	1.68	1.63	1.57	1.51	1.48	1.42	1.39	1.34	1.30	1.28
	6.90	**4.82**	**3.98**	**3.51**	**3.20**	**2.99**	**2.82**	**2.69**	**2.59**	**2.51**	**2.43**	**2.36**	**2.26**	**2.19**	**2.06**	**1.98**	**1.89**	**1.79**	**1.73**	**1.64**	**1.59**	**1.51**	**1.46**	**1.43**
125	3.92	3.07	2.68	2.44	2.29	2.17	2.08	2.01	1.95	1.90	1.86	1.83	1.77	1.72	1.65	1.60	1.55	1.49	1.45	1.39	1.36	1.31	1.27	1.25
	6.84	**4.78**	**3.94**	**3.47**	**3.17**	**2.95**	**2.79**	**2.65**	**2.56**	**2.47**	**2.40**	**2.33**	**2.23**	**2.15**	**2.03**	**1.94**	**1.85**	**1.75**	**1.68**	**1.59**	**1.54**	**1.46**	**1.40**	**1.37**
150	3.91	3.06	2.67	2.43	2.27	2.16	2.07	2.00	1.94	1.89	1.85	1.82	1.76	1.71	1.64	1.59	1.54	1.47	1.44	1.37	1.34	1.29	1.25	1.22
	6.81	**4.75**	**3.91**	**3.44**	**3.14**	**2.92**	**2.76**	**2.62**	**2.53**	**2.44**	**2.37**	**2.30**	**2.20**	**2.12**	**2.00**	**1.91**	**1.83**	**1.72**	**1.66**	**1.56**	**1.51**	**1.43**	**1.37**	**1.33**
200	3.89	3.04	2.65	2.41	2.26	2.14	2.05	1.98	1.92	1.87	1.83	1.80	1.74	1.69	1.62	1.57	1.52	1.45	1.42	1.35	1.32	1.26	1.22	1.19
	6.76	**4.71**	**3.88**	**3.41**	**3.11**	**2.90**	**2.73**	**2.60**	**2.50**	**2.41**	**2.34**	**2.28**	**2.17**	**2.09**	**1.97**	**1.88**	**1.79**	**1.69**	**1.62**	**1.53**	**1.48**	**1.39**	**1.33**	**1.28**
400	3.86	3.02	2.62	2.39	2.23	2.12	2.03	1.96	1.90	1.85	1.81	1.78	1.72	1.67	1.60	1.54	1.49	1.42	1.38	1.32	1.28	1.22	1.16	1.13
	6.70	**4.66**	**3.83**	**3.36**	**3.06**	**2.85**	**2.69**	**2.55**	**2.46**	**2.37**	**2.29**	**2.23**	**2.12**	**2.04**	**1.92**	**1.84**	**1.74**	**1.64**	**1.57**	**1.47**	**1.42**	**1.32**	**1.24**	**1.19**
1000	3.85	3.00	2.61	2.38	2.22	2.10	2.02	1.95	1.89	1.84	1.80	1.76	1.70	1.65	1.58	1.53	1.47	1.41	1.36	1.30	1.26	1.19	1.13	1.08
	6.66	**4.62**	**3.80**	**3.34**	**3.04**	**2.82**	**2.66**	**2.53**	**2.43**	**2.34**	**2.26**	**2.20**	**2.09**	**2.01**	**1.89**	**1.81**	**1.71**	**1.61**	**1.54**	**1.44**	**1.38**	**1.28**	**1.19**	**1.11**
∞	3.84	2.99	2.60	2.37	2.21	2.09	2.01	1.94	1.88	1.83	1.79	1.75	1.69	1.64	1.57	1.52	1.46	1.40	1.35	1.28	1.24	1.17	1.11	1.00
	6.64	**4.60**	**3.78**	**3.32**	**3.02**	**2.80**	**2.64**	**2.51**	**2.41**	**2.32**	**2.24**	**2.18**	**2.07**	**1.99**	**1.87**	**1.79**	**1.69**	**1.59**	**1.52**	**1.41**	**1.36**	**1.25**	**1.15**	**1.00**

جدول حل مثال سه عاملی

$$CF = \frac{10,050^2}{36} = 2,805,625$$

$$SST = \sum_{i=1}^{a} \frac{y_{i...}^2}{rbc} - CF = \frac{4653^2 + 5397^2}{18} - CF = 15,376$$

$$SSD = \sum_{j=1}^{b} \frac{y_{.j..}^2}{rac} - CF = \frac{5462^2 + 4588^2}{18} - CF = 21,218.78$$

$$SSS = \sum_{k=1}^{c} \frac{y_{..k.}^2}{rab} - CF = \frac{2640^2 + \cdots + 3255^2}{12} - CF = 96,762.5$$

$$SS(TD) = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \frac{y_{ij..}^2}{rc} - CF - SST - SSD$$

$$= \frac{2685^2 + \cdots + 2620^2}{9} - CF - SST - SSD = 8711.11$$

$$SS(TS) = \sum_{i=1}^{a} \sum_{k=1}^{c} \frac{y_{i.k.}^2}{rb} - CF - SST - SSS$$

$$= \frac{423^2 + \cdots + 1421^2}{6} - CF - SST - SSS = 300,855.17$$

$$SS(SD) = \sum_{j=1}^{b} \sum_{k=1}^{c} \frac{y_{.jk.}^2}{ra} - CF - SSS - SSD$$

$$= \frac{1435^2 + \cdots + 1449^2}{6} - CF - SSS - SSD = 674.39$$

$$SS(TSD) = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \sum_{k=1}^{c} \frac{y_{ijk.}^2}{r} - CF - SST - SSS - SSD$$
$$- SS(TS) - SS(TD) - SS(SD)$$
$$= \frac{211^2 + \cdots + 692^2}{3} - CF - SST - SSS - SSD$$
$$- SS(TS) - SS(TD) - SS(SD) = 24,038.39$$

$$SS\ \text{Error} = \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \sum_{k=1}^{c} \sum_{l=1}^{r} y_{ijkl}^2 - \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} \sum_{k=1}^{c} \frac{y_{ijk.}^2}{r}$$
$$= 3,342,952 - 3,273,261.33 = 69,690.67$$

منابع

۱- کوآنچای. آ.گونر و آرتور آ. گونر. طرحهای آماری برای تحقیقات کشاورزی. مترجم، عزت الله فرشاد فر. ناشر. مرکز انتشارات علمی. ۱۳٦۹

۲- میر حیدر. حسین. آمار حیاتی. روشهای آماری برای تحقیقات علمی در علوم پزشکی و بیولوژی.. دفتر نشر فرهنگ اسلامی. ۱۳۷۰.

۳- واین، و. دانیل . اصول و روشهای آمار زیستی. ترجمه دکتر سید محمد تقی آیت الهی ناشر مؤسسه انتشارات امیرکبیر. ۱۳۷٤.

۴- هنری ال.آلدر و ادوارد بی. راسر.مقدمه ای بر احتمالات و آمار. ترجمه دکتر عباسعلی زالی ، جمشید جعفری شبستری. انتشارات دانشگاه تهران. .۱۳٦۹.

۵- یوسفیان. مهدی. جزوه آمار حیاتی .(ارائه در: مرکز آموزشی میرزا کوچک خان رشت). مرکز تحقیقات شیلاتی استان مازندران. ۱۳۷٤

۶- یوسفیان. مهدی. طرحهای آزمایشی و کاربرد آن در شیلات. ۱۳۸۳ . دانشگاه آزاد اسلامی واحد قائم شهر

۷ - یوسفیان. مهدی. آمار زیستی و کاربرد آن در شیلات. . ۱۳۸٤ . دانشگاه آزاد اسلامی واحد قائم شهر

۸ -Biometry in agronomy, 1991-Elizabeth Barath University Press Godollo, Hungary

واژه نامه

A	
Analysis of Variance (Anova)	تجزیه واریانس
Arithlog diagram	نمودار حسابی لگاریتمی
Arithmatic Mean	میانگین حسابی (معدل)
Average deviation (Mean deviation)	میانگین انحرافات
B	
Balanced lattice	لاتیس متعادل
Bar diagram	نمودار مستطیلی یا ستونی
Blocking	بلوک بندی
C	
Chi – Square	آزمون مربع کای
Class limits	حدود دسته‌ها
Class midpoint	حد متوسط دسته
Cluster sampling	نمونه‌گیری با واحدهای خوشه‌ای
Coefficient of Variation	ضریب تغییرات
Comparison of sample and population Means	مقایسه میانگین نمونه و جمعیت
Complete block design	طرح بلوک کامل
Completely Randomize Design (CRD)	طرح کامل تصادفی

Confidence Interval	حدود اطمینان
Contingency table	جدول توافقی
Control of error	کنترل اشتباه
Correction factor	فاکتورنصحیح
Correlation	همبستگی
Correlation Coefficient	ضریب همبستگی
Correlation diagram	نمودار همبستگی
Covariate	متغیر اضافی
D	
Data analysis	تجزیه داده‌ها
Denominator	درجه آزادی مخرج
E	
Error	اشتباه
Estimate of error	تخمین اشتباه
Experimental design	طرحهای آزمایشی
Experimental error	اشتباه آزمایشی
Experimental series	آزمایشهای رشته‌ای
Experimental units	واحدهای آزمایشی
F	
Frequency Distribution	توزیع فراوانی
Frequency polygon	چند ضلعی فراوانی
G	
Geometric Mean	میانگین هندسی

Goodness of Fit tests	آزمونهای برازندگی یا انطباق
Group Balanced Block Design	طرح بلوک متعادل گروهی
Grouping the treatment	گروه بندی تیمارها
Quadruplex lattice	لاتیس چهار گانه
H	
Harmonic Mean	میانگین هارمورنیک
Histogram	نمودار بافتی
I	
Independence test/Homogeneity test	آزمون هموژن یا یکنواختی
Incidental sampling	نمونه‌گیری از گروه در دسترس
Incomplete block design	طرح بلوک ناقص
Interquartile range	دامنه تغییرات در ربع دوم و سوم کمیت
Intersection plot	کرت متقاطع یا مشترک
L	
Latin square Design (LSD)	طرح مربع لاتین
Lattice design	طرح لاتیس
Least significant difference	حداقل تفاوت معنی دار
Least squeres	حداقل مربعات
M	
Main effect	اجزاء عامل اصلی
Median	میانه
Missing data	داده‌های ازدست رفته
N	
Nonsignificant	معنی دار نبودن

Numerator	درجه آزادی صورت

O

One sample t.test	آزمون t یک نمونه

P

Paired t.test	آزمون t دو نمونه جفت شده
Partially Balanced lattice	لاتیس متعادل جزئی
Proper plot technique	روش آزمایشی مناسب
Proper interpretation of results	تفسیر صحیح نتایج
Purposive sampling	نمونه‌گیری از گروه خاص

Q

Quadratic Mean	میانگین کوادراتیک

R

Randomization	تصادفی کردن
Range	دامنه
Randomized Block Design (RBD)	طرح بلوک تصادفی
Randomized complete Block Design	طرح بلوکهای کامل تصادفی
Regression	رگرسیون
Relative deviation	انحراف نسبی
Replication	تکرار

S

Single - Factor Experiments	طرحهای آزمایشی تک عاملی
Significant	معنی دار
Simple lattice	لاتیس ساده
Simple Random Sampling	نمونه‌گیری تصادفی ساده
Skewness	چولگی
Source of variation	منابع تغییر

Split - Block design	طرح کرتهای نواری
Split - Plot Design	طرح کرتهای خرد شده
Stratified random sampling	نمونه‌گیری تصادفی از طبقات
Successive sampling	نمونه‌گیری متوالی
Systematic Random Sampling	نمونه‌گیری تصادفی منظم یا سیستماتیک

T

Three Factor Experiments	طرحهای آزمایشی سه عاملی
Two Factor Experiment	طرحهای آزمایشی دو عاملی
Two sample t.test / unpaired t.test	آزمون t دو نمونه جفت نشده
Treatment	تیمار
Triple lattice	لاتیس سه گانه

V

Variance	واریانس